TCVN **T I Ê U C H U Ẩ N Q U Ố C G I A**

TCVN 8006-6:2015
ISO 16269-6:2014

Xuất bản lần 2

GIẢI THÍCH DỮ LIỆU THỐNG KÊ - PHẦN 6: XÁC ĐỊNH KHOẢNG DUNG SAI THỐNG KÊ

Statistical interpretation of data - Part 6: Determination of statistical tolerance intervals

HÀ NỘI - 2015

Mục lục

Lời nói đầu

TCVN 8006-6:2015 thay thế cho TCVN 8006-6:2009;

TCVN 8006-6:2015 hoàn toàn tương đương với ISO 16269-6:2014;

TCVN 8006-6:2015 do Ban kỹ thuật tiêu chuẩn quốc gia TCVN/TC 69 *Ứng dụng các phương pháp thống kê* biên soạn, Tổng cục Tiêu chuẩn Đo lường Chất lượng đề nghị, Bộ Khoa học và Công nghệ công bố.

Bộ TCVN 8006 (ISO 16269), *Giải thích dữ liệu thống kê*, gồm các tiêu chuẩn sau:

- TCVN 8006-4:2013 (ISO 16269-4:2010), Phần 4: Phát hiện và xử lý các giá trị bất thường
- TCVN 8006-6:2015 (ISO 16269-6:2014), Phần 6: Xác định khoảng dung sai thống kê
- TCVN 8006-7:2013 (ISO 16269-7:2001), Phần 7: Trung vị – Ước lượng và khoảng tin cậy

Bộ ISO 16269, *Statistical interpretation of data*, còn có tiêu chuẩn sau:

- *ISO 16269-8, Part 8: Determination of prediction intervals*

Lời giới thiệu

Khoảng dung sai thống kê là khoảng ước lượng, dựa trên mẫu, có thể được khẳng định với mức tin cậy $1 - \alpha$, ví dụ 0,95, rằng khoảng đó chứa ít nhất một tỷ lệ p qui định các cá thể trong tổng thể. Giới hạn của một khoảng dung sai thống kê được gọi là giới hạn dung sai thống kê. Mức tin cậy $1 - \alpha$ là xác suất mà một khoảng dung sai thống kê được thiết lập theo cách thức qui định sẽ chứa ít nhất một tỷ lệ p của tổng thể. Ngược lại, xác suất mà khoảng này chứa ít hơn tỷ lệ p của tổng thể là α. Tiêu chuẩn này mô tả khoảng dung sai một phía và hai phía; khoảng một phía gồm giới hạn trên hoặc giới hạn dưới, còn khoảng hai phía gồm cả giới hạn trên và giới hạn dưới.

Khoảng dung sai thống kê phụ thuộc vào mức tin cậy $1 - \alpha$ và một tỷ lệ p qui định của tổng thể. Mức tin cậy của khoảng dung sai thống kê được biết rõ từ khoảng tin cậy đối với một tham số. Tuyên bố tin cậy về khoảng tin cậy là, với một tỷ lệ $1 - \alpha$ các trường hợp trong một loạt dài các mẫu ngẫu nhiên lặp lại trong điều kiện giống nhau, khoảng tin cậy đó chứa giá trị thực của tham số. Tương tự, tuyên bố tin cậy về khoảng dung sai thống kê nêu rõ rằng, với tỷ lệ $1 - \alpha$ các trường hợp trong một loạt dài các mẫu ngẫu nhiên lặp lại trong điều kiện giống nhau, ít nhất một tỷ lệ p của tổng thể nằm trong khoảng đó. Vì vậy, nếu ta xem tỷ lệ quy định p của tổng thể như một tham số thì khái niệm về khoảng dung sai thống kê cũng giống như khái niệm về khoảng tin cậy.

Khoảng dung sai thống kê là hàm số của các quan trắc mẫu, nghĩa là thống kê, và chúng thường có các giá trị khác nhau đối với các mẫu khác nhau. Các quan trắc này nhất thiết phải độc lập để các qui trình trong tiêu chuẩn này có hiệu lực.

Tiêu chuẩn này cung cấp hai loại khoảng dung sai thống kê, tham số và phi tham số. Cách tiếp cận tham số dựa trên giả định là đặc trưng được nghiên cứu trong tổng thể có phân bố chuẩn; do đó, mức tin cậy để khoảng dung sai thống kê tính được chứa ít nhất một tỷ lệ p của tổng thể chỉ có thể lấy là $1 - \alpha$ nếu giả thiết phân bố chuẩn là đúng. Đối với các đặc trưng phân bố chuẩn, khoảng dung sai thống kê được xác định bằng cách sử dụng một trong các Biểu mẫu A, B hoặc C trong Phụ lục B.

Phương pháp tham số đối với các phân bố không phải là phân bố chuẩn không được xem xét trong tiêu chuẩn này. Nếu nghi ngờ có sai lệch so với phân bố chuẩn thì có thể thiết lập khoảng dung sai thống kê phi tham số. Qui trình xác định khoảng dung sai thống kê đối với phân bố liên tục bất kỳ được nêu trong Biểu mẫu D của Phụ lục B.

Trong quản lý thống kê quá trình, có thể sử dụng các giới hạn dung sai thống kê trong tiêu chuẩn này để so sánh năng lực tự nhiên của quá trình với một hoặc hai giới hạn qui định cho trước, giới hạn trên U hoặc giới hạn dưới L, hoặc cả hai.

Nằm cao hơn giới hạn quy định trên U có tỷ lệ không phù hợp trên p_U [TCVN 8244-2:2010 (ISO 3534-2:2006), 2.5.4], nằm thấp hơn giới hạn quy định dưới L có tỷ lệ không phù hợp dưới p_L [TCVN 8244-2:2010 (ISO 3534-2:2006), 2.5.5). Tổng $p_U + p_L = p_t$ được gọi là tổng tỷ lệ không phù hợp. [TCVN 8244-2:2010 (ISO 3534-2:2006), 2.5.6]. Giữa các giới hạn qui định U và L có tỷ lệ phù hợp $1 - p_t$.

Ý nghĩa của khoảng dung sai thống kê rộng hơn so với thường được hiểu, ví dụ trong lấy mẫu chấp nhận định lượng và trong quản lý thống kê quá trình, như được đề cập trong hai đoạn tiếp theo.

Trong lấy mẫu chấp nhận định lượng, giới hạn U và/hoặc L sẽ được biết, p_U, p_L hoặc p_t sẽ được quy định là giới hạn chất lượng chấp nhận (AQL), α sẽ được gợi ý và lô được chấp nhận nếu ít nhất ở mức tin cậy $100(1-\alpha)$ % AQL này không bị vượt quá.

Trong quản lý thống kê quá trình, giới hạn U và L được định trước còn các tỷ lệ p_U, p_L và p_t được tính, nếu giả định là biết trước hoặc ước lượng được phân bố. Đây là một ví dụ về việc ứng dụng kiểm soát chất lượng, nhưng còn có nhiều ứng dụng khác của khoảng dung sai thống kê được đề cập trong sách giáo khoa như của Hahn và Meeker [13].

Trái lại, đối với khoảng dung sai đề cập trong tiêu chuẩn này, mức tin cậy của ước lượng khoảng và tỷ lệ cá thể phân bố trong phạm vi khoảng đó (ứng với tỷ lệ phù hợp nêu ở trên) được định trước còn các giới hạn được ước lượng. Các giới hạn này có thể so sánh với U và L. Vì vậy, có thể so sánh tính thích hợp của các giới hạn qui định U và L cho trước với các tính chất thực tế của quá trình. Khoảng dung sai thống kê một phía được sử dụng khi chỉ liên quan đến giới hạn qui định trên U hoặc giới hạn qui định dưới L, trong khi khoảng dung sai hai phía được dùng khi cả giới hạn qui định trên và dưới được xem xét đồng thời.

Thuật ngữ liên quan đến các giới hạn và khoảng khác nhau này đã bị nhầm là “giới hạn qui định” trước đây còn được gọi là “giới hạn dung sai” (xem tiêu chuẩn về thuật ngữ ISO 3534-2:1993, 1.4.3, trong đó, các thuật ngữ này cũng như thuật ngữ “giá trị giới hạn” đều được sử dụng như từ đồng nghĩa cho khái niệm này). Trong TCVN 8244-2:2010 (ISO 3534-2:2006), 3.1.3, chỉ sử dụng thuật ngữ giới hạn qui định đối với khái niệm này. Ngoài ra, *Hướng dẫn trình bày độ không đảm bảo đo* [5] sử dụng thuật ngữ “hệ số phủ” được định nghĩa là "một thừa số sử dụng làm hệ số nhân của độ không đảm bảo chuẩn tổng hợp để nhận được độ không đảm bảo mở rộng”. Việc sử dụng từ “phủ” này khác với việc sử dụng thuật ngữ trong tiêu chuẩn này.

TCVN 8006-6:2009 (ISO 16269-6:2005) đưa ra các bảng mở rộng của hệ số k đối với khoảng dung sai một phía và hai phía khi chưa biết trung bình nhưng đã biết độ lệch chuẩn. Trong tiêu chuẩn này các bảng đó bị bỏ. Thay vào đó, hệ số k chính xác được cho trong Phụ lục A khi chưa biết một trong các tham số của phân bố chuẩn còn tham số kia đã biết.

TCVN 8006-6:2009 (ISO 16269-6:2005) xét khoảng dung sai thống kê chỉ dựa trên một mẫu cỡ n. Tiêu chuẩn này xét khoảng dung sai thống kê đối với m tổng thể có cùng độ lệch chuẩn, dựa trên các mẫu từ mỗi trong số m tổng thể, mỗi mẫu có cùng cỡ n.

Giải thích dữ liệu thống kê –
Phần 6: Xác định khoảng dung sai thống kê

Statistical interpretation of data –

Part 6: Determination of statistical tolerance intervals

1 Phạm vi áp dụng

Tiêu chuẩn này mô tả các qui trình thiết lập khoảng dung sai thống kê bao gồm ít nhất một tỷ lệ qui định các cá thể của tổng thể ứng với mức tin cậy qui định. Tiêu chuẩn này đưa ra cả khoảng dung sai thống kê một phía và hai phía, trong đó khoảng dung sai một phía có giới hạn trên hoặc giới hạn dưới, còn khoảng dung sai hai phía có cả giới hạn trên và giới hạn dưới. Hai phương pháp được đề cập trong tiêu chuẩn này là phương pháp tham số đối với trường hợp đặc trưng nghiên cứu có phân bố chuẩn và phương pháp phi tham số đối với trường hợp chỉ biết là phân bố liên tục. Tiêu chuẩn còn đề cập đến quy trình thiết lập khoảng dung sai thống kê hai phía đối với nhiều hơn một mẫu chuẩn có phương sai chung chưa biết.

2 Tài liệu viện dẫn

Các tài liệu viện dẫn sau rất cần thiết cho việc áp dụng tiêu chuẩn này. Đối với các tài liệu viện dẫn ghi năm công bố thì áp dụng phiên bản được nêu. Đối với các tài liệu viện dẫn không ghi năm công bố thì áp dụng phiên bản mới nhất, bao gồm cả các sửa đổi, bổ sung (nếu có).

TCVN 8244-1:2010 (ISO 3534-1:2006), Thống kê học – Từ vựng và ký hiệu – Phần 1: Thuật ngữ chung về thống kê và thuật ngữ dùng trong xác suất

TCVN 8244-2:2010 (ISO 3534-2:2006), Thống kê học – Từ vựng và ký hiệu – Phần 2: Thống kê ứng dụng.

3 Thuật ngữ, định nghĩa và ký hiệu

3.1 Thuật ngữ và định nghĩa

Tiêu chuẩn này sử dụng các thuật ngữ và định nghĩa nêu trong TCVN 8244-1 (ISO 3534-1), TCVN 8244-2 (ISO 3534-2) và các thuật ngữ, định nghĩa dưới đây.

3.1.1

Khoảng dung sai thống kê (statistical tolerance interval)

Khoảng xác định từ mẫu ngẫu nhiên sao cho có thể có được mức tin cậy qui định để khoảng này phủ ít nhất một tỷ lệ qui định các cá thể của tổng thể được lấy mẫu.

[Nguồn: TCVN 8244-1 (ISO 3534-1), 1.26]

CHÚ THÍCH: Mức tin cậy trong trường hợp này là tỷ lệ của các khoảng được thiết lập theo cách này trong suốt một thời gian dài sẽ chứa ít nhất một tỷ lệ qui định các cá thể của tổng thể được lấy mẫu.

3.1.2

Giới hạn dung sai thống kê (statistical tolerance limit)

Thống kê thể hiện đầu mút của khoảng dung sai thống kê.

[Nguồn: TCVN 8244-1 (ISO 3534-1), 1.27]

CHÚ THÍCH: Khoảng dung sai thống kê có thể là

- một phía (có một trong hai giới hạn được cố định ở ranh giới tự nhiên của biến ngẫu nhiên), trong đó có thể có giới hạn dung sai thống kê trên hoặc dưới, hoặc
- hai phía, trong đó có cả hai giới hạn.

3.1.3

Tỷ lệ phủ (coverage)

Tỷ lệ cá thể của tổng thể nằm trong khoảng dung sai thống kê.

CHÚ THÍCH: Không được nhầm khái niệm này với khái niệm *hệ số phủ* được sử dụng trong Hướng dẫn trình bày độ không đảm bảo đo (GUM) [5].

3.1.4

Tổng thể chuẩn (normal population)

Tổng thể có phân bố chuẩn.

3.2 Ký hiệu

Tiêu chuẩn này sử dụng các ký hiệu dưới đây.

$k_1(n; p; 1-\alpha)$ hệ số dùng để xác định giới hạn của khoảng một phía, nghĩa là x_L hoặc x_U khi μ đã biết và σ chưa biết

$k_2\ (n;\ p;\ 1-\alpha)$ hệ số dùng để xác định giới hạn của khoảng hai phía, nghĩa là x_L hoặc x_U khi μ đã biết và σ chưa biết

$k_3\ (n;\ p;\ 1-\alpha)$ hệ số dùng để xác định giới hạn của khoảng một phía, nghĩa là x_L hoặc x_U khi μ chưa biết và σ đã biết

$k_4\ (n;\ p;\ 1-\alpha)$ hệ số dùng để xác định giới hạn của khoảng hai phía, nghĩa là x_L hoặc x_U khi μ chưa biết và σ chưa biết

$k_C\ (n;\ p;\ 1-\alpha)$ hệ số dùng để xác định x_L hoặc x_U khi chưa biết giá trị của μ và σ đối với khoảng dung sai thống kê một phía. Chỉ số C được chọn vì hệ số k này được cho trong bảng ở Phụ lục C.

$k_D\ (n;\ m;\ p;\ 1-\alpha)$ hệ số dùng để xác định x_{Li} và x_{Ui} (i = 1,2,...,m; $m \geq 2$) khi chưa biết giá trị của các trung bình μ_i và giá trị của σ chung đối với m khoảng dung sai thống kê hai phía. Chỉ số D được chọn vì hệ số k này được cho trong bảng ở Phụ lục D.

n số quan trắc trong mẫu

p tỷ lệ tối thiểu các cá thể của tổng thể được xác nhận là nằm trong khoảng dung sai thống kê

u_p p-phân vị của phân bố chuẩn chuẩn hóa

x_j giá trị quan trắc thứ j

x_{ij} giá trị quan trắc thứ j (j = 1, 2,..., n) của mẫu thứ i (i = 1, 2,..., m)

x_{max} giá trị lớn nhất trong các giá trị quan trắc: $x_{max} = \max\{x_1, x_2, ..., x_n\}$

x_{min} giá trị nhỏ nhất trong các giá trị quan trắc: $x_{min} = \min\{x_1, x_2, ..., x_n\}$

x_L giới hạn dưới của khoảng dung sai thống kê

x_U giới hạn trên của khoảng dung sai thống kê

$\bar{x}$ trung bình mẫu, $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j$

$\bar{x}_i$ trung bình mẫu của mẫu thứ i, (i = 1,2,...,m), $\bar{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}$

s độ lệch chuẩn mẫu, $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(x_j-\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n}x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n}x_j\right)^2}{n(n-1)}}$

s_i độ lệch chuẩn mẫu của mẫu thứ i, (i = 1,2,…,m), $s_i = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2}$

s_p độ lệch chuẩn mẫu gộp, $s_p = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2} = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}s_i^2}$

$1-\alpha$ mức tin cậy để khẳng định rằng tỷ lệ của tổng thể nằm trong phạm vi khoảng dung sai là lớn hơn hoặc bằng mức quy định p

μ trung bình tổng thể

μ_i trung bình tổng thể của tổng thể thứ i, (i = 1,2,…,m)

σ độ lệch chuẩn tổng thể

4 Qui trình

4.1 Tổng thể phân bố chuẩn với trung bình và phương sai đã biết

Phân bố của đặc trưng đang nghiên cứu có thể xác định đầy đủ khi đã biết giá trị của trung bình, μ, và phương sai, σ^2, của tổng thể có phân bố chuẩn. Sẽ có một tỷ lệ p chính xác của tổng thể:

a) nằm bên phải của $x_L = \mu - \mu_p \times \sigma$ (khoảng một phía);

b) nằm bên trái của $x_U = \mu + \mu_p \times \sigma$ (khoảng một phía);

c) nằm giữa $x_L = \mu - \mu_{(1+p)/2} \times \sigma$ và $x_U = \mu + \mu_{(1+p)/2} \times \sigma$ (khoảng hai phía).

Trong các công thức ở trên, μ_p là p-phân vị của phân bố chuẩn chuẩn hóa.

CHÚ THÍCH: Vì công bố này là đúng nên chúng có độ tin cậy 100 %.

4.2 Tổng thể phân bố chuẩn với trung bình chưa biết và phương sai đã biết

Khi chưa biết một hoặc cả hai tham số của phân bố chuẩn nhưng ước lượng được từ mẫu ngẫu nhiên thì vẫn có thể thiết lập các khoảng có tính chất tương tự như đề cập ở 4.1. Giả định ví dụ là trung bình chưa biết còn phương sai đã biết. Khi đó, hằng số k có thể được tìm sao cho khoảng nằm giữa

$$x_L = \bar{x} - k\sigma \text{ và } x_U = \bar{x} + k\sigma$$

chứa *ít nhất* một tỷ lệ p của tổng thể với mức tin cậy quy định $1-\alpha$. Lưu ý hai khác biệt quan trọng từ trường hợp nêu ở 4.1 trong đó các tham số được giả định là đã biết. Thứ nhất, khi một hoặc nhiều tham số được ước lượng khoảng chứa *ít nhất* một tỷ lệ p của tổng thể, không phải chính xác là tỷ lệ p của tổng thể. Thứ hai, khi các tham số được ước lượng, tuyên bố này chỉ đúng với mức tin cậy quy định trước là $1-\alpha$. Hệ số k trong biểu thức của các giới hạn nêu trên phụ thuộc vào các tham số chưa biết của phân bố chuẩn, tỷ lệ p, hệ số tin cậy $1-\alpha$ và số quan trắc trong mẫu ngẫu nhiên đó. Hệ số k

chính xác được cho trong Phụ lục A khi một trong các tham số của phân bố chuẩn chưa biết và tham số còn lại đã biết.

4.3 Tổng thể phân bố chuẩn với trung bình và phương sai chưa biết

Biểu mẫu A và B, cho trong Phụ lục B, áp dụng cho trường hợp cả trung bình và phương sai của tổng thể phân bố chuẩn đều chưa biết. Biểu mẫu A áp dụng cho trường hợp khoảng một phía, Biểu mẫu B áp dụng cho trường hợp khoảng hai phía. Biểu mẫu A được sử dụng với các bảng hệ số k trong Phụ lục C hoặc sử dụng công thức chính xác đối với hệ số k cho trong A.5 của Phụ lục A. Biểu mẫu B được sử dụng với các hệ số k trong cột đầu tiên của các bảng trong Phụ lục D. Chi tiết về dẫn xuất hệ số k trong Phụ lục D được nêu trong Phụ lục E.

4.4 Tổng thể phân bố chuẩn với trung bình và phương sai chung chưa biết

Biểu mẫu C, cho trong Phụ lục B, áp dụng cho trường hợp cả trung bình và phương sai của tổng thể phân bố chuẩn đều chưa biết. Ngoài ra, các phương sai được giả định là như nhau đối với tất cả các tổng thể đang xét, trong trường hợp này ta nói về phương sai chung.

4.5 Phân bố liên tục bất kỳ chưa biết dạng

Nếu đặc trưng nghiên cứu là biến của một tổng thể chưa biết thuộc dạng nào, thì có thể xác định khoảng dung sai thống kê từ các thống kê thứ tự mẫu $x(i)$ của mẫu gồm n quan trắc ngẫu nhiên độc lập. Qui trình nêu trong Biểu mẫu D sử dụng cùng với Bảng E.1 và Bảng E.2 cung cấp các bước xác định cỡ mẫu cần thiết dựa trên các thống kê thứ tự được sử dụng, mức tin cậy và tỷ lệ mong muốn.

CHÚ THÍCH 1: Khoảng dung sai thống kê trong đó việc lựa chọn các đầu mút (dựa trên thống kê thứ tự) không phụ thuộc vào tổng thể được lấy mẫu gọi là khoảng dung sai *phi tham số*.

CHÚ THÍCH 2: Tiêu chuẩn này không đưa ra các qui trình đối với các dạng phân bố đã biết ngoài phân bố chuẩn. Tuy nhiên, nếu phân bố là liên tục thì có thể sử dụng phương pháp phi tham số. Phần cuối của tiêu chuẩn này đưa ra các tài liệu khoa học tham khảo có thể hỗ trợ cho việc xác định khoảng dung sai đối với các dạng phân bố khác.

5 Ví dụ

5.1 Dữ liệu cho Ví dụ 1 và Ví dụ 2

Biểu mẫu A và Biểu mẫu B, cho trong Phụ lục B, được minh họa bằng Ví dụ 1 và Ví dụ 2 sử dụng các trị số trong ISO 2854:1976 [2], Điều 2, đoạn 1 của phần giới thiệu, Bảng X, sợi 2: 12 kết quả đo tải trọng đứt của sợi chỉ. Cần chú ý rằng số quan trắc, $n = 12$, được cho trong các ví dụ này ít hơn nhiều so với giá trị khuyến nghị trong TCVN 10860 (ISO 2602) [1]. Số liệu và tính toán trong các ví dụ khác nhau được biểu thị bằng centiniutơn (xem Bảng 1).

Bảng 1 – Dữ liệu cho Ví dụ 1 và Ví dụ 2

Giá trị tính bằng centiniutơn

x	228,6	232,7	238,8	317,2	315,8	275,1	222,2	236,7	224,7	251,2	210,4	270,7

Các phép đo này thu được từ một lô gồm 12 000 ống chỉ, từ một đợt sản xuất, đóng trong 120 hộp, mỗi hộp gồm 100 ống chỉ. Từ lô, lấy ngẫu nhiên 12 hộp và từ mỗi hộp lại lấy ngẫu nhiên một ống chỉ. Từ sợi chỉ trên các ống chỉ này cắt các mẫu thử dài 50 cm, cách đầu mút của nó một khoảng 5 m. Tiến hành các phép thử tại phần giữa của các mẫu thử này. Từ thông tin cho trước có thể giả định rằng tải trọng đứt đo được trong các điều kiện này gần như có phân bố chuẩn. ISO 2854:1976 chứng minh rằng dữ liệu này không trái với giả định về phân bố chuẩn.

Dữ liệu trong Bảng 1 cho các kết quả sau đây:

Cỡ mẫu: $n = 12$

Trung bình mẫu: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j$ = 3 024,1/12 = 252,01

Độ lệch chuẩn mẫu: $s = \sqrt{\dfrac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\dfrac{166\ 772{,}27}{12\times 11}} = \sqrt{1\ 263{,}426\ 3} = 35{,}545$

Cách trình bày các tính toán sẽ được cho trong Ví dụ 1, sử dụng Biểu mẫu A trong Phụ lục B (khoảng một phía, phương sai và trung bình chưa biết).

5.2 Ví dụ 1: Khoảng dung sai thống kê một phía với phương sai và trung bình chưa biết

Giới hạn x_L được yêu cầu sao cho có thể chắc chắn với mức tin cậy $1 - \alpha = 0{,}95$ (95 %) rằng khi được đo trong cùng điều kiện, ít nhất 0,95 (95 %) tải kéo đứt của cá thể trong lô đều lớn hơn x_L. Việc trình bày các kết quả được nêu chi tiết dưới đây.

Xác định khoảng dung sai thống kê của tỷ lệ p: a) khoảng một phía "bên phải" Các giá trị được xác định: b) tỷ lệ của tổng thể được chọn cho khoảng dung sai thống kê: $p = 0{,}95$ c) mức tin cậy được chọn: $1 - \alpha = 0{,}95$ d) cỡ mẫu: $n = 12$ Giá trị hệ số dung sai từ Bảng C.2: $k_C(n; p; 1 - \alpha) = 2{,}736\ 4$
Tính toán:

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j = 252,01$ $s = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} = 35,545$ $k_C(n; p; 1-\alpha) \times s = 97,2653$
Kết quả: khoảng một phía "bên phải"   Khoảng dung sai chứa ít nhất tỷ lệ p của tổng thể với mức tin cậy 1 – α có giới hạn dưới: $x_L = \bar{x} - k_C(n; p; 1-\alpha) \times s = 154,7$

5.3 Ví dụ 2: Khoảng dung sai thống kê hai phía với trung bình và phương sai chưa biết

Giả định yêu cầu tính các giới hạn x_L và x_U sao cho có thể chắc chắn với mức tin cậy $1 - \alpha = 0,95$ rằng tỷ lệ của lô ít nhất bằng $p = 0,90$ (90 %) tải trọng đứt nằm trong khoảng giữa x_L và x_U.

Trong Bảng D.4 với cột m = 1 và hàng n = 12 cho

$$k_D(n; p; 1-\alpha) = 2,6703$$

từ đó

$$x_L = \bar{x} - k_D(n; p; 1-\alpha) \times s = 252,01 - 2,6703 \times 35,545 = 157,0$$

$$x_U = \bar{x} + k_D(n; p; 1-\alpha) \times s = 252,01 + 2,6703 \times 33,545 = 347,0$$

5.4 Dữ liệu cho Ví dụ 3 và Ví dụ 4

Giả định cần xác định phần trăm chất rắn trong bốn mẻ men bia ướt, mỗi mẻ được lấy từ một nhà cung cấp khác nhau. Phần trăm của bốn mẻ có phân bố chuẩn với trung bình μ_i chưa biết, i = 1,2,3,4. Từ kinh nghiệm trước đó về các nhà cung cấp này, có thể giả định rằng phương sai là giống nhau. Kiểm nghiệm đối với dữ liệu dưới đây không đưa ra lý do gì có giả định khác. Do đó, dữ liệu được giả định là có phương sai chung σ^2. Người nghiên cứu muốn xác định khoảng dung sai thống kê hai phía đối với phần trăm chất rắn trong mỗi mẻ.

Các giá trị của mẫu ngẫu nhiên cỡ n = 10 lấy từ bốn mẻ [14] được cho trong Bảng 2.

Bảng 2 – Dữ liệu cho Ví dụ 3 và Ví dụ 4

Giá trị tính theo phần trăm

i	*j*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	20	18	16	21	19	17	20	16	19	18
2	19	14	17	13	10	16	14	12	15	11
3	11	12	14	10	8	10	13	9	12	8
4	10	7	11	9	6	11	8	12	13	14

Chú ý là giá trị thứ j của mẫu thứ i được ký hiệu là x_{ij}.

Các kết quả này mang lại:

Cỡ mẫu: $n = 10$

Số mẫu: $m = 4$

Trung bình mẫu của mỗi mẻ:

$\bar{x}_1 = 184/10 = 18,4$; $\bar{x}_2 = 141/10 = 14,1$; $\bar{x}_3 = 107/10 = 10,7$; $\bar{x}_4 = 101/10 = 10,1$

Phương sai mẫu của mỗi mẻ:

$$s_1^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{1j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{1j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{264}{10\times 9} = 2,9333; \quad s_2^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{2j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{2j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{689}{10\times 9} = 7,6556$$

$$s_3^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{3j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{3j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{381}{10\times 9} = 4,2333; \quad s_4^2 = \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_{4j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_{4j}\right)^2}{n(n-1)} = \frac{609}{10\times 9} = 6,7667$$

Độ lệch chuẩn mẫu gộp:

$$s_p = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i^2} = \sqrt{\frac{1}{4}(2,9333 + 7,6556 + 4,2333 + 6,7667)} = 2,3232$$

Bậc tự do của độ lệch chuẩn gộp:

$f = m(n-1) = nm - m = 36$

5.5 Ví dụ 3: Khoảng dung sai thống kê một phía đối với các tổng thể riêng rẽ, chưa biết phương sai chung

Giả định muốn tính các khoảng dung sai thống kê dưới cho bốn nhà cung cấp, nghĩa là muốn tính các khoảng chứa ít tỷ lệ p cho tất cả các nhà cung cấp. Bảng C không đưa ra câu trả lời nhưng các khoảng có dạng giống như nêu trong Ví dụ 1, đó là lấy trung bình được ước lượng trừ đi một hằng số nhân với độ lệch chuẩn ước lượng.

$$x_{Li} = \bar{x}_i - k(n_i; f; p; 1-\alpha) \times s_P,$$

trong đó hằng số $k(n_i; f; p; 1-\alpha)$ phụ thuộc vào cỡ của mẫu thứ i và bậc tự do của độ lệch chuẩn gộp. Biểu thức tính hằng số này được rút ra trong Điều A.5 của Phụ lục A, xem Công thức (A.14);

$$k(n_i; f; p; 1-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{n_i}} t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n_i} u_p; f\right),$$

trong đó $t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n_i} u_p; f\right)$ ký hiệu cho phân vị $1-\alpha$ của phân bố t không trung tâm với tham số không trung tâm $\sqrt{n_i} u_p$ và f bậc tự do. Phân bố t không trung tâm và cụ thể là phân vị của nó có sẵn trong các gói phần mềm thống kê. Giả định mong muốn tỷ lệ $p = 0{,}95$ và hệ số tin cậy $1-\alpha = 0{,}95$. Trong trường hợp này $n_i = 10$ và $f = m(n-1) = = nm - m = 36$, nên hằng số là

$$k(10;36;0{,}95;0{,}95) = \frac{1}{\sqrt{10}} t_{0{,}95}\left(\sqrt{10} \times 1{,}6449;36\right) = 2{,}3471,$$

trong đó 0,95 phân vị của phân bố chuẩn chuẩn hóa $u_{0{,}95} = 1{,}6449$ được nhập vào công thức.

Các giá trị cho trong các bảng ở Phụ lục C là trường hợp đặc biệt khi bậc tự do bằng cỡ mẫu trừ đi 1 là bậc tự do của độ lệch chuẩn dựa trên một mẫu đơn cỡ n

$$k_C(n; p; 1-\alpha) = k(n; n-1; p; 1-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n} u_p; n-1\right)$$

nghĩa là trường hợp đặc biệt, trong đó bậc tự do của ước lượng của phương sai là $n-1$.

Theo đó, giới hạn dung sai thống kê một phía tính cho cả bốn mẻ như dưới đây.

Mẻ thứ nhất: $x_{L1} = \bar{x}_1 - k(n_1;v;p;1-\alpha) \times s_P = 18{,}40 - 2{,}3471 \times 2{,}3232 = 12{,}94$

Mẻ thứ hai: $x_{L2} = \bar{x}_2 - k(n_2;v;p;1-\alpha) \times s_P = 14{,}10 - 2{,}3471 \times 2{,}3232 = 8{,}64$

Mẻ thứ ba: $x_{L3} = \bar{x}_3 - k(n_3;v;p;1-\alpha) \times s_P = 10{,}70 - 2{,}3471 \times 2{,}3232 = 4{,}66$

Mẻ thứ tư: $x_{L4} = \bar{x}_4 - k(n_4;v;p;1-\alpha) \times s_P = 10{,}10 - 2{,}3471 \times 2{,}3232 = 4{,}06$

Nếu yêu cầu tính giới hạn dung sai thống kê trên thì cũng kết hợp các đại lượng tương tự, ngoại trừ việc hằng số nhân với sai số chuẩn sẽ được cộng với trung bình ước lượng.

5.6 Ví dụ 4: Khoảng dung sai thống kê hai phía đối với các tổng thể riêng rẽ, chưa biết phương sai chung

Trường hợp 1 – Tính cho tất cả các mẻ (m = 4)

Bảng D.5 trong Phụ lục D đưa ra cho n = 10, m = 4, $f = m(n-1) = 4(10-1) = 36$, p = 0,95 và $1-\alpha$ = 0,95 và giá trị của hệ số dung sai thống kê hai phía đối với độ biến động chung σ^2 chưa biết là

$$k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) = 2{,}5964$$

Theo đó, giới hạn dung sai thống kê hai phía tính đồng thời cho cả bốn mẻ như dưới đây.

Mẻ thứ nhất:

$$x_{\mathrm{L1}} = \bar{x}_1 - k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 18{,}40 - 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 12{,}36$$

$$x_{\mathrm{U1}} = \bar{x}_1 + k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 18{,}40 + 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 24{,}44$$

Mẻ thứ hai:

$$x_{\mathrm{L2}} = \bar{x}_2 - k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 14{,}10 - 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 8{,}06$$

$$x_{\mathrm{U2}} = \bar{x}_2 + k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 14{,}10 + 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 20{,}14$$

Mẻ thứ ba:

$$x_{\mathrm{L3}} = \bar{x}_3 - k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 10{,}70 - 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 4{,}66$$

$$x_{\mathrm{U3}} = \bar{x}_3 + k_{\mathrm{D}}(n\ m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 10{,}70 + 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 16{,}74$$

Mẻ thứ tư:

$$x_{\mathrm{L4}} = \bar{x}_4 - k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 10{,}10 - 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 4{,}06$$

$$x_{\mathrm{U4}} = \bar{x}_4 + k_{\mathrm{D}}(n;m;p;1-\alpha) \times s_{\mathrm{P}} = 10{,}10 + 2{,}5964 \times 2{,}3232 = 16{,}14$$

CHÚ THÍCH: Giới hạn dưới đã được làm tròn xuống và giới hạn trên đã được làm tròn lên (ở chữ số thập phân thứ hai) để duy trì tính toàn vẹn của công bố về mức tin cậy.

Trường hợp 2 – Tính riêng cho từng mẻ (m = 1)

Có thể tính các giới hạn dung sai này một cách riêng rẽ cho từng mẻ. Đối với n = 10, m = 1, $f = m(n-1) = 1(10-1) = 9$, p = 0,95 và $1-\alpha$ = 0,95, giá trị của hệ số dung sai thống kê hai phía đối với độ biến động chung σ^2 chưa biết là

$$k_{\mathrm{D}}(10;1;0{,}95;0{,}95) = 3{,}3935$$

và có thể tìm trong Phụ lục D (Bảng D.4).

Độ lệch chuẩn mẫu của bốn mẻ:

$$s_1 = \sqrt{s_1^2} = \sqrt{2{,}9333} = 1{,}7127\,; \quad s_2 = \sqrt{s_2^2} = \sqrt{7{,}6556} = 2{,}7669$$

$$s_3 = \sqrt{s_3^2} = \sqrt{4{,}2333} = 2{,}0575\,; \quad s_4 = \sqrt{s_4^2} = \sqrt{6{,}7667} = 2{,}6013$$

Do đó, các giới hạn dung sai thống kê hai phía như sau:

Mẻ thứ nhất:

$$x_{L1} = \overline{x}_1 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_1 = \overline{x}_1 - k_D(10;1;0,95;0,95) \times s_1$$

$$= 18,40 - 3,3935 \times 1,7127 = 12,58$$

$$x_{U1} = \overline{x}_1 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_1 = \overline{x}_1 + k_D(10;1;0,95;0,95) \times s_1$$

$$= 18,40 + 3,3935 \times 1,7127 = 24,22$$

Mẻ thứ hai:

$$x_{L2} = \overline{x}_2 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_2 = \overline{x}_2 - k_D(10;1;p;1-\alpha) \times s_2$$

$$= 14,10 - 3,3935 \times 2,7669 = 4,70$$

$$x_{U2} = \overline{x}_2 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_2 = \overline{x}_2 + k_D(10;1;p;1-\alpha) \times s_2$$

$$= 14,10 + 3,3935 \times 2,7669 = 23,50$$

Mẻ thứ ba:

$$x_{L3} = \overline{x}_3 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_3 = \overline{x}_3 - k_D(10;1;p;1-\alpha) \times s_3$$

$$= 10,70 - 3,394 \times 2,0575 = 3,71$$

$$x_{U3} = \overline{x}_3 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_3 = \overline{x}_3 + k_D(10;1;p;1-\alpha) \times s_3$$

$$= 10,07 + 3,3935 \times 2,0575 = 17,69$$

Mẻ thứ tư:

$$x_{L4} = \overline{x}_4 - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_4 = \overline{x}_4 - k_D(10;1;p;1-\alpha) \times s_4$$

$$= 10,10 - 3,3935 \times 2,6013 = 1,27$$

$$x_{U4} = \overline{x}_4 + k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_4 = \overline{x}_4 + k_D(10;1;p;1-\alpha) \times s_4$$

$$= 10,10 + 3,3935 \times 2,6013 = 18,93$$

Khi so sánh kết quả của hai trường hợp, có thể công bố rằng khoảng dung sai thống kê đối với mẻ 2, 3 và 4 trong Trường hợp 1 nhỏ hơn đáng kể so với trong Trường hợp 2. Nhưng khoảng dung sai thống kê đối với mẻ thứ nhất trong Trường hợp 2 chỉ lớn hơn một chút. Giải thích là hằng số k_D trong Trường hợp 1 nhỏ hơn ở Trường hợp 2 vì bậc tự do ở Trường hợp 1 lớn hơn. Mẻ 1 có độ lệch chuẩn ước lượng nhỏ nhất và giá trị này bù vào mức tăng ở hằng số k_D.

Ta có thể kết luận rằng khoảng dung sai thống kê tính đồng thời cho nhiều tổng thể có thể cho các khoảng ngắn hơn so với khoảng dung sai thống kê tính cho từng mẫu ngẫu nhiên riêng lẻ, với điều kiện là các tổng thể chuẩn nghiên cứu có cùng phương sai. Tính chất này xuất phát từ thực tế là về trung bình, ước lượng của phương sai tính từ nhiều mẫu ngẫu nhiên "tốt hơn" so với ước lượng tính từ một mẫu ngẫu nhiên, vì trường hợp sau dựa trên số lượng quan trắc nhỏ hơn.

5.7 Ví dụ 5: Phân bố bất kỳ chưa biết dạng

Giả định có một mẫu, x_1, x_2,..., x_n, các quan trắc ngẫu nhiên độc lập trên một tổng thể (liên tục, rời rạc hoặc pha trộn) và cho thống kê thứ tự của nó là $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \ldots \leq x_{(n)}$.

Có thể xác định cỡ mẫu cần thiết để đạt được ít nhất là 100(1−α) % mức tin cậy rằng ít nhất 100p % của tổng thể nằm giữa quan trắc nhỏ nhất thứ v [nghĩa là, thống kê thứ tự $x_{(v)}$] và quan trắc lớn nhất thứ w [nghĩa là, thống kê thứ tự $x_{(n-w+1)}$].

1) Xác định cỡ mẫu n cần thiết để đạt được ít nhất là 95 % mức tin cậy rằng ít nhất 99 % các giá trị đo được của tổng thể nằm giữa quan trắc nhỏ nhất và lớn nhất, nghĩa là giữa thống kê thứ tự mẫu đầu tiên (v = 1) và thống kê thứ tự mẫu thứ n (w = 1).

Dựa trên mô tả ở trên, $v + w = 2$, p = 0,99 và 1 − α = 0,95. Cỡ mẫu nhỏ nhất xác định từ Bảng E.1 là 473 (mức tin cậy thực tế là 95,020 %). Một số ví dụ được cho phía dưới.

2) Xác định cỡ mẫu n cần thiết để đạt được ít nhất là 95 % mức tin cậy rằng ít nhất 95 % các giá trị đo được của tổng thể lớn hơn hoặc bằng thống kê thứ tự mẫu nhỏ nhất (v = 1 và w = 0).

Dựa trên mô tả ở trên, $v + w = 1$, p = 0,95 và 1 − α = 0,95. Cỡ mẫu nhỏ nhất xác định từ Bảng E.1 là 59 (mức tin cậy thực tế là 95,151 %).

3) Xác định cỡ mẫu n cần thiết để đạt được ít nhất là 95 % mức tin cậy rằng ít nhất 99 % đơn vị của tổng thể được chấp nhận với tối đa một đơn vị không phù hợp cho phép trong mẫu.

Dựa trên mô tả trong Phụ lục G, $v + w = 2$ ($v + w - 1 = 1$ vì 1 là số cá thể không phù hợp lớn nhất cho phép trong mẫu), p = 0,99 và 1 − α = 0,95. Cỡ mẫu nhỏ nhất xác định từ Bảng E.1 là 473 (mức tin cậy thực tế là 95,020 %). Chú ý là kết quả này giống như kết quả trong ví dụ đầu tiên của mục này.

4) Giả định rằng phân bố của X dự kiến có đuôi dài (nghĩa là thường tạo ra các giá trị cực trị dương và âm) và các phép đo thêm được xem là cần thiết để đảm bảo khoảng dung sai thống kê thu được có độ dài hữu ích. Nhà thực nghiệm quyết định loại trừ các thống kê thứ tự trên và dưới sao cho khoảng dung sai thống kê được thiết lập giữa thống kê thứ tự nhỏ nhất thứ năm (v = 5) và thống kê thứ tự lớn nhất thứ năm (w = 5). Xác định cỡ mẫu n cần thiết để đạt được ít nhất là 90 % mức tin cậy rằng ít nhất 99 % giá trị đo được của tổng thể nằm trong khoảng này.

Dựa trên mô tả trong Phụ lục G, $v + w = 10$, p = 0,99 và 1 − α = 0,90. Cỡ mẫu nhỏ nhất xác định từ Bảng E.1 là 1418 (mức tin cậy thực tế là 90,000 %) và thống kê thứ tự kèm theo là $x_{(5)}$ và $x_{(1414)}$.

Phụ lục A

(tham khảo)

Hệ số k chính xác dùng cho khoảng dung sai thống kê đối với phân bố chuẩn

Phụ lục A cung cấp hệ số k chính xác để tính toán khoảng dung sai dựa trên mẫu chuẩn đơn. Trong phụ lục này, một mẫu cỡ n từ phân bố $N(\mu, \sigma)$ được xét. Lấy $\bar{x}$ và s ký hiệu cho trung bình mẫu và độ lệch chuẩn mẫu, tương ứng. Ban đầu, giả định rằng $\bar{x}$ và s được ước lượng từ chính mẫu đó, và trong trường hợp đó phân bố χ^2 của $(n-1)s^2/\sigma^2$ có $n-1$ bậc tự do. Nhưng ta có thể có một ước lượng độc lập của độ lệch chuẩn với bậc tự do f, trong đó f thường lớn hơn $n-1$. Ví dụ, đây có thể là trường hợp khi ước lượng độ lệch chuẩn dựa trên nhiều mẫu độc lập có độ lệch chuẩn chung. Công thức chính xác được dễ dàng sửa đổi để xử lý tình huống này.

Loại khoảng	Trung bình	Độ lệch chuẩn	Ký hiệu
Một phía	Đã biết	Chưa biết	$k_1(n;p;1-\alpha)$
Hai phía	Đã biết	Chưa biết	$k_2(n;p;1-\alpha)$
Một phía	Chưa biết	Đã biết	$k_3(n;p;1-\alpha)$
Hai phía	Chưa biết	Đã biết	$k_4(n;p;1-\alpha)$
Một phía	Chưa biết	Chưa biết	$k_C(n;p;1-\alpha)$

A.1 Khoảng dung sai thống kê một phía có trung bình đã biết và độ lệch chuẩn chưa biết

Khoảng $[-\infty, \mu + u_p\sigma]$ chứa tỷ lệ p của tổng thể, và nếu

$$\mu + ks > \mu + u_p\sigma,$$

thì khoảng $[-\infty, \mu + ks]$ sẽ chứa tỷ lệ của tổng thể lớn hơn p. Ta muốn xác định k sao cho điều này xảy ra với xác suất $1-\alpha$, nghĩa là

$$P(\mu + ks > \mu + u_p\sigma) = P\left(\frac{s}{\sigma} > \frac{u_p}{k}\right) = 1 - \alpha \qquad \text{(A.1)}$$

Phân bố s^2/σ^2 là $\chi^2/(n-1)$ với $n-1$ bậc tự do, vì vậy từ đẳng thức cuối cùng trong Công thức (A.1) suy ra

$$\frac{u_p}{k} = \sqrt{\frac{\chi^2_\alpha(n-1)}{n-1}}$$

nên

$$k = u_p \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi^2_\alpha(n-1)}} \quad (A.2)$$

Ở đây $\chi^2_\alpha(n-1)$ là phân vị α của phân bố χ^2 với $n - 1$ bậc tự do, vì vậy đây là giá trị bị vượt quá bởi biến ngẫu nhiên $s^2(n-1)/\sigma^2$ với xác suất $1 - \alpha$.

Biến k trong Công thức (A.2) là $k_1(n;p;1-\alpha)$.

A.2 Khoảng dung sai thống kê hai phía có trung bình đã biết và độ lệch chuẩn chưa biết

Khoảng $[\mu + u_{\frac{1-p}{2}}\sigma, \mu + u_{\frac{1+p}{2}}\sigma]$ chứa tỷ lệ p của tổng thể, và nếu

$$\mu + ks > \mu + u_{\frac{1+p}{2}}\sigma,$$

thì khoảng $[\mu - ks, \mu + ks]$ sẽ chứa tỷ lệ của tổng thể lớn hơn p. Ta muốn xác định k sao cho điều này xảy ra với xác suất $1 - \alpha$, nghĩa là

$$P(\mu + ks > \mu + u_{\frac{1+p}{2}}\sigma) = P\left(\frac{s}{\sigma} > \frac{1}{k}u_{\frac{1+p}{2}}\right) = 1 - \alpha \quad (A.3)$$

Phân bố s^2/σ^2 là $\chi^2/(n-1)$ với $n - 1$ bậc tự do, vì vậy từ đẳng thức cuối cùng trong Công thức (A.3) suy ra

$$\frac{1}{k}u_{\frac{1+p}{2}} = \sqrt{\frac{\chi^2_\alpha(n-1)}{n-1}}$$

nên

$$k = u_{\frac{1+p}{2}} \frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{\chi^2_\alpha(n-1)}} \quad (A.4)$$

Ở đây $\chi^2_\alpha(n-1)$ là phân vị α của phân bố χ^2 với $n - 1$ bậc tự do, vì vậy đây là giá trị bị vượt quá bởi biến ngẫu nhiên $s^2(n-1)/\sigma^2$ với xác suất $1 - \alpha$.

Biến k trong Công thức (A.4) là $k_2(n;p;1-\alpha)$.

A.3 Khoảng dung sai thống kê một phía có trung bình chưa biết và độ lệch chuẩn đã biết

Tìm k sao cho $\bar{x} + k\sigma$ đáp ứng yêu cầu ít nhất một tỷ lệ p của tổng thể thấp hơn $\bar{x} + k\sigma$. Chú ý là $\mu + u_p\sigma$ là giới hạn dung sai của tổng thể theo nghĩa chính xác có tỷ lệ p của tổng thể thấp hơn giới hạn đó. Vì vậy nếu

$$\bar{x} + k\sigma \geq \mu + u_p\sigma,$$

thì ít nhất tỷ lệ p của tổng thể nhỏ hơn $\bar{x} + k\sigma$. Do đó, xác suất có ít nhất tỷ lệ p của tổng thể là $1 - \alpha$, nếu

$$P(\bar{x} + k\sigma \geq \mu + u_p\sigma) = 1 - \alpha \tag{A.5}$$

Xác suất ở vế trái của Công thức (A.5) có thể viết là

$$P(\bar{x} + k\sigma \geq \mu + u_p\sigma) = P\left(\frac{\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{\sigma} \geq \sqrt{n}u_p - \sqrt{n}\,k\right) = 1 - \alpha \tag{A.6}$$

Biến $\frac{\sqrt{n}\,(\bar{x} - \mu)}{\sigma}$ trong Công thức (A.6) có phân bố chuẩn chuẩn hóa và từ đẳng thức cuối cùng trong Công thức (A.6) suy ra

$$\sqrt{n}\,u_p - \sqrt{n}\,k = u_\alpha$$

và có thể viết lại thành

$$k = \frac{1}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha} + u_p \tag{A.7}$$

Biến k trong Công thức (A.7) là $k_3(n;p;1 - \alpha)$.

Dẫn xuất này dựa trên khoảng dung sai trên, nhưng lập luận tương tự áp dụng cho khoảng dung sai dưới và $x_L = \bar{x} - k_3(n;p;1 - \alpha)s$ là giới hạn dưới của khoảng dung sai một phía dưới.

A.4 Khoảng dung sai thống kê hai phía có trung bình chưa biết và độ lệch chuẩn đã biết

Cách giải chính xác chung cho hệ số k là k đáp ứng phương trình

$$P\left(\mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} - k\sigma \leq X \leq \mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = p \tag{A.8}$$

Trong đó X có phân bố $N(\mu,\sigma)$. Phương trình này có thể được viết lại để có công thức chính xác cho k dưới dạng phân vị của phân bố χ^2 không trung tâm với một bậc tự do.

Nhưng trước tiên lập luận lý do k trong Công thức (A.8) là giải pháp. Xác suất trung bình mẫu $\bar{x}$ nằm trong khoảng bao bởi $\mu \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ là $1 - \alpha$.

Lúc này, xác định k để thỏa mãn Công thức (A.8). Xét phân bố $N(\mu,\sigma^2)$, rõ ràng là tất cả các khoảng bao bởi $\bar{x} \pm k\sigma$ có xác suất lớn hơn hoặc bằng p khi và chỉ khi $\bar{x}$ nằm trong khoảng bao bởi $\mu \pm u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, nhưng xác suất của sự kiện này là $1 - \alpha$.

Với $b = u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}}$ và U ký hiệu cho phương trình biến ngẫu nhiên phân bố $N(\mu,\sigma^2)$, có thể viết lại Công thức (A.8) thành

$$\begin{aligned}
&P\left(\mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} - k\sigma \le X \le \mu + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \\
&P\left(-k\sigma \le X - \mu - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le k\sigma\right) = \\
&P\left(-k \le \frac{X-\mu}{\sigma} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}} \le k\right) = \\
&P\left([U-b]^2 \le k^2\right) = p
\end{aligned} \qquad \text{(A.9)}$$

Ở đây $[U - b]^2$ có phân bố χ^2 không trung tâm với 1 bậc tự do, và tham số không trung tâm $b^2 = \left(u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2$ và từ đẳng thức cuối trong Công thức (A.9)

$$k^2 = \chi_p^2\left(1, \left(u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$$

và

$$k = \sqrt{\chi_p^2\left(1, \left(u_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^2\right)} \qquad \text{(A.10)}$$

trong đó $\chi_p^2\left(1,(b)^2\right)$ ký hiệu cho phân vị p của phân bố χ^2 không trung tâm với 1 bậc tự do và tham số không trung tâm b^2.

Biến k trong Công thức (A.10) là $k_4(n;p;1-\alpha)$.

A.5 Khoảng dung sai thống kê một phía có trung bình chưa biết và độ lệch chuẩn chưa biết

Tìm k sao cho $\bar{x} + ks$ đáp ứng yêu cầu *ít nhất* một tỷ lệ p của tổng thể thấp hơn $\bar{x} + ks$. Chú ý là $\mu + u_p\sigma$ là giới hạn dung sai của tổng thể theo nghĩa chính xác có tỷ lệ p của tổng thể thấp hơn giới hạn đó. Vì vậy nếu

$$\bar{x} + ks \ge \mu + u_p\sigma,$$

thì ít nhất tỷ lệ p của tổng thể nhỏ hơn $\bar{x} + ks$.

Do đó, xác suất có ít nhất tỷ lệ p của tổng thể là $1-\alpha$, nếu

$$P(\bar{x} + ks \ge \mu + u_p\sigma) = 1 - \alpha \qquad \text{(A.11)}$$

Xác suất này có thể viết lại là

$$P(\bar{x} + k\sigma \geq \mu + u_p\sigma) = P\left(\bar{x} - \mu - u_p\sigma \geq -ks\right) =$$

$$P\left(\sqrt{n}\,(\bar{x} - \mu) - \sqrt{n}\,u_p\sigma \geq -\sqrt{n}\,ks\right) = P\left(\frac{\sqrt{n}\,(\bar{x} - \mu)}{\sigma} - \sqrt{n}\,u_p \geq -\sqrt{n}\,k\frac{s}{\sigma}\right) =$$

$$P\left(\frac{\dfrac{-\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{\sigma} + \sqrt{n}\,u_p}{\dfrac{s}{\sigma}} \leq \sqrt{n}k\right) = 1 - \alpha \tag{A.12}$$

Ở đây,

$$\frac{\dfrac{-\sqrt{n}(\bar{x} - \mu)}{\sigma} + \sqrt{n}\,u_p}{\dfrac{s}{\sigma}}$$

có phân bố t không trung tâm với n – 1 bậc tự do và tham số không trung tâm $\sqrt{n}\,u_p$ nên từ công thức cuối cùng trong Công thức (A.12) suy ra $\sqrt{n}\,k = t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n}\,u_p, n-1\right)$ và công thức chính xác cho k là

$$k = \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n}\,u_p, n-1\right) \tag{A.13}$$

Biến k trong Công thức (A.13) là $k_C(n;p;1-\alpha)$. Hệ số $k_C(n;p;1-\alpha)$ được cho đối với α = 0,90; 0,95; 0,99; 0,999 và p = 0,90 và 0,99. Các giá trị trong bảng là chính xác đến số chữ số thập phân đã cho.

Trong trường hợp ước lượng phương sai, s^2, ví dụ sử dụng trong dẫn xuất có phân bố χ^2 với f bậc tự do, vì phương sai được ước lượng từ nhiều biến độc lập với phương sai chung nên hệ số k là

$$k(n; f; p; 1-\alpha) = \frac{1}{\sqrt{n}} t_{1-\alpha}\left(\sqrt{n}\,u_p, f\right) \tag{A.14}$$

Phụ lục B

(tham khảo)

Biểu mẫu dùng cho khoảng dung sai thống kê

Biểu mẫu A – Khoảng dung sai thống kê một phía (phương sai chưa biết)

Xác định khoảng dung sai thống kê một phía với tỷ lệ phủ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$

a) Khoảng một phía "bên trái"

b) Khoảng một phía "bên phải"

Giá trị được xác định:

c) tỷ lệ của tổng thể được chọn cho khoảng dung sai: p =

d) mức tin cậy đã chọn: $1 - \alpha$ =

e) cỡ mẫu: n =

Hệ số trong bảng: $k_C(n;p;1 - \alpha)$ =

Giá trị này có thể lấy từ các bảng cho trong Phụ lục C đối với dãy các giá trị n, p và $1 - \alpha$.

Tính toán:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j = \qquad ; s = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} =$$

$k_C(n;p;1-\alpha) \times s$ =

Kết quả:

f) Khoảng một phía "bên trái"

Khoảng dung sai thống kê một phía với tỷ lệ phủ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$ có giới hạn trên

$$x_U = \bar{x} + k_C(n;p;1-\alpha) \times s =$$

g) Khoảng một phía "bên phải"

Khoảng dung sai thống kê một phía với tỷ lệ phủ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$ có giới hạn dưới

$$x_L = \bar{x} - k_C(n;p;1-\alpha) \times s =$$

Biểu mẫu B – Khoảng dung sai thống kê hai phía (phương sai chưa biết)

Xác định khoảng dung sai thống kê hai phía với tỷ lệ phủ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$

Giá trị được xác định:

h) tỷ lệ của tổng thể được chọn cho khoảng dung sai thống kê: p =

i) mức tin cậy đã chọn: $1 - \alpha$ =

j) cỡ mẫu: n =

Hệ số trong bảng: $k_D(n;p;1 - \alpha)$ =

Giá trị này có thể lấy từ cột đầu tiên của các bảng cho trong Phụ lục D đối với dãy các giá trị n, p và $1 - \alpha$.

Tính toán:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j =$$

$$s = \sqrt{\frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \left(\sum_{j=1}^{n} x_j\right)^2}{n(n-1)}} =$$

$k_D\,(n;p;1- \alpha\,) \times s$ =

Kết quả:

Khoảng dung sai thống kê hai phía với tỷ lệ phủ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$ có các giới hạn

$$x_L = \bar{x} - k_D(n;p;1-\alpha) \times s =$$

$$x_U = \bar{x} - k_D(n;p;1-\alpha) \times s =$$

Biểu mẫu C – Khoảng dung sai thống kê hai phía (phương sai chung chưa biết)

Xác định khoảng dung sai thống kê hai phía với tỷ lệ phủ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$

Giá trị được xác định:

k) tỷ lệ của tổng thể được chọn cho khoảng dung sai thống kê: $p =$

l) mức tin cậy đã chọn: $1 - \alpha =$

q) cỡ mẫu: $n =$

r) số mẫu: $m =$

Hệ số trong bảng: $k_D(n;m;p;1 - \alpha) =$

Giá trị này có thể lấy từ các bảng cho trong Phụ lục D đối với dãy các giá trị n, m; p và $1 - \alpha$.

Tính toán:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} =$$

$$s_P = \sqrt{\frac{1}{m(n-1)} n\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i^2} =$$

$k_D\,(n;m;p;1- \alpha) \times s_P =$

Kết quả:

Khoảng dung sai thống kê hai phía với tỷ lệ phủ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$ có các giới hạn

$$x_{Li} = \bar{x}_i - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P =$$

$$x_{Ui} = \bar{x}_i - k_D(n;m;p;1-\alpha) \times s_P =$$

($i = 1,2,\ldots,m$; $m \geq 2$)

Biểu mẫu D – Khoảng dung sai thống kê đối với phân bố bất kỳ

Xác định khoảng dung sai thống kê phi tham số một phía hoặc hai phía với tỷ lệ p ở mức tin cậy $1 - \alpha$

a) Khoảng một phía trên $[-\infty, x_{(n-w+1)}]$

b) Khoảng một phía dưới $[x_{(v)}, +\infty]$

c) Khoảng hai phía $[x_{(v)}, x_{(n-w+1)}]$

Giá trị quy định:

d) tỷ lệ của tổng thể được chọn cho khoảng dung sai thống kê: p = ______

e) mức tin cậy đã chọn: $1 - \alpha$ = ______

f) giá trị nhỏ nhất thứ v của x cần sử dụng: v = ______

g) giá trị lớn nhất thứ w của x cần sử dụng: w = ______

CHÚ THÍCH: Quy định v bằng 0 đối với khoảng một phía trên hoặc w bằng 0 đối với khoảng một phía dưới.

Giá trị trong bảng: Cỡ mẫu n đối với p, $1 - \alpha$ và $v + w$ đã cho

Giá trị này có thể lấy từ các bảng của Phụ lục E đối với dãy các giá trị p, $1 - \alpha$ và $v + w$.

Kết quả:

Khoảng dung sai thống kê _____ phía với tỷ lệ p= ______ ở mức tin cậy $1 - \alpha$ có

giới hạn dưới: $x_{(v)} = x_{(\_\_\_\_)}$ = ______

và

giới hạn trên: $x_{(n-w+1)} = x_{(\_\_\_\_)}$ = ______

Phụ lục C

(quy định)

Hệ số giới hạn dung sai thống kê một phía, $k_C(n; p; 1 - \alpha)$, đối với σ chưa biết

Xem các Bảng từ C.1 đến C.4.

Bảng C.1 – Mức tin cậy 90,0 %

$(1 - \alpha = 0,90)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
2	10,2528	13,0898	18,5001
3	4,2582	5,3115	7,3405
4	3,1879	3,9566	5,4383
5	2,7424	3,3999	4,6660
6	2,4937	3,0919	4,2426
7	2,3327	2,8938	3,9721
8	2,2186	2,7543	3,7826
9	2,1329	2,6500	3,6415
10	2,0657	2,5684	3,5317
11	2,0113	2,5027	3,4435
12	1,9662	2,4483	3,3707
13	1,9281	2,4025	3,3095
14	1,8954	2,3632	3,2572
15	1,8669	2,3290	3,2119
16	1,8418	2,2990	3,1721
17	1,8195	2,2725	3,1369
18	1,7996	2,2487	3,1055
19	1,7816	2,2273	3,0772
20	1,7653	2,2078	3,0516
22	1,7367	2,1739	3,0069
24	1,7124	2,1452	2,9692
26	1,6915	2,1204	2,9368
28	1,6732	2,0989	2,9086
30	1,6571	2,0799	2,8838
35	1,6239	2,0408	2,8329
40	1,5979	2,0103	2,7932
45	1,5769	1,9857	2,7613
50	1,5595	1,9653	2,7349
60	1,5321	1,9333	2,6936
70	1,5113	1,9091	2,6623
80	1,4948	1,8899	2,6377
90	1,4813	1,8743	2,6177
100	1,4701	1,8613	2,6010

Bảng C.1 *(kết thúc)*

(1 − α = 0,90)			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
150	1,4329	1,8182	2,5459
200	1,4113	1,7934	2,5141
250	1,3969	1,7767	2,4930
300	1,3863	1,7646	2,4775
400	1,3717	1,7478	2,4562
500	1,3618	1,7365	2,4418
1 000	1,3377	1,7089	2,4069
2 000	1,3210	1,6897	2,3828
5 000	1,3063	1,6731	2,3618
10 000	1,2990	1,6647	2,3513
20 000	1,2939	1,6589	2,3440
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Bảng C.2 – Mức tin cậy 95,0 %

(1 − α = 0,95)			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
2	20,5815	26,2597	37,0936
3	6,1553	7,6560	10,5528
4	4,1620	5,1439	7,0424
5	3,4067	4,2027	5,7411
6	3,0063	3,7077	5,0620
7	2,7555	3,3995	4,6418
8	2.5820	3.1873	4,3539
9	2.4538	3.0313	4,1431
10	2,3547	2,9110	3,9812
11	2,2754	2,8150	3,8524
12	2,2102	2,7364	3,7471
13	2,1555	2,6706	3,6592
14	2,1088	2,6145	3,5846
15	2,0684	2,5661	3,5202
16	2,0330	2,5237	3,4640
17	2,0018	2,4863	3,4145
18	1,9738	2,4530	3,3704
19	1,9487	2,4231	3,3309
20	1,9260	2,3961	3,2952
22	1,8865	2,3490	3,2332
24	1,8530	2,3093	3,1811
26	1,8243	2,2754	3,1365
28	1,7993	2,2458	3,0979
30	1,7774	2,2199	3,0640
35	1,7323	2,1668	2,9946
40	1,6972	2,1255	2,9410

Bảng C.2 *(kết thúc)*

(1 – α = 0,95)			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
45	1,6690	2,0924	2,8980
50	1,6456	2,0650	2,8625
60	1,6090	2,0222	2,8071
70	1,5813	1,9899	2,7654
80	1,5594	1,9645	2,7327
90	1,5416	1,9438	2,7061
100	1,5268	1,9266	2,6840
150	1,4778	1,8699	2,6114
200	1,4496	1,8373	2,5698
250	1,4307	1,8155	2,5421
300	1,4170	1,7997	2,5219
400	1,3979	1,7778	2,4941
500	1,3851	1,7631	2,4755
1 000	1,3539	1,7273	2,4302
2 000	1,3323	1,7026	2,3990
5 000	1,3134	1,6811	2,3719
10 000	1,3040	1,6704	2,3584
20 000	1,2974	1,6629	2,3490
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Bảng C.3 – Mức tin cậy 99,0 %

(1 – α = 0,99)			
n	*p*		
	0,90	0,95	0,99
2	103,0287	131,4263	185,6170
3	13,9955	17,3702	23,8956
4	7,3799	9,0835	12,3873
5	5,3618	6,5784	8,9391
6	4,4111	5,4056	7,3346
7	3,8592	4,7279	6,4120
8	3,4973	4,2853	5,8118
9	3,2405	3,9723	5,3889
10	3,0480	3,7384	5,0738
11	2,8977	3,5562	4,8291
12	2,7768	3,4100	4,6331
13	2,6770	3,2896	4,4721
14	2,5932	3,1886	4,3372
15	2,5215	3,1024	4,2224
16	2,4595	3,0279	4,1233
17	2,4051	2,9628	4,0367
18	2,3571	2,9052	3,9604
19	2,3142	2,8539	3,8925
20	2,2757	2,8079	3,8316

Bảng C.3 *(kết thúc)*

(1 - α = 0,99)			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
22	2,2092	2,7286	3,7268
24	2,1536	2,6624	3,6396
26	2,1063	2,6062	3,5656
28	2,0655	2,5578	3,5020
30	2,0299	2,5155	3,4466
35	1,9575	2,4299	3,3344
40	1,9018	2,3642	3,2486
45	1,8573	2,3118	3,1804
50	1,8208	2,2689	3,1247
60	1,7641	2,2024	3,0383
70	1,7216	2,1527	2,9740
80	1,6883	2,1138	2,9238
90	1,6614	2,0824	2,8832
100	1,6390	2,0563	2,8497
150	1,5658	1,9713	2,7405
200	1,5241	1,9230	2,6787
250	1,4963	1,8909	2,6377
300	1,4762	1,8676	2,6081
400	1,4484	1,8357	2,5674
500	1,4298	1,8143	2,5402
1 000	1,3847	1,7625	2,4746
2 000	1,3537	1,7270	2,4298
5 000	1,3267	1,6963	2,3910
10 000	1,3134	1,6810	2,3718
20 000	1,3040	1,6704	2,3584
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Bảng C.4 – Mức tin cậy 99,9 %

(1 - α = 0,999)			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
2	1030,3362	1314,3157	1856,2311
3	44,4199	55,1055	75,7741
4	16,1217	19,8127	26,9791
5	9,7816	11,9695	16,2230
6	7,2465	8,8486	11,9645
7	5,9206	7,2223	9,7538
8	5,1127	6,2344	8,4151
9	4,5700	5,5725	7,5206
10	4,1801	5,0981	6,8810
11	3,8860	4,7410	6,4006
12	3,6558	4,4621	6,0261
13	3,4705	4,2378	5,7255

Bảng C.4 *(kết thúc)*

$(1 - \alpha = 0,999)$			
n	p		
	0,90	0,95	0,99
14	3,3177	4,0532	5,4786
15	3,1894	3,8984	5,2718
16	3,0800	3,7666	5,0960
17	2,9854	3,6528	4,9444
18	2,9027	3,5535	4,8122
19	2,8298	3,4659	4,6958
20	2,7649	3,3881	4,5925
22	2,6542	3,2555	4,4167
24	2,5630	3,1465	4,2725
26	2,4864	3,0551	4,1518
28	2,4210	2,9772	4,0490
30	2,3644	2,9098	3,9602
35	2,2509	2,7750	3,7829
40	2,1650	2,6732	3,6494
45	2,0973	2,5931	3,5447
50	2,0422	2,5281	3,4598
60	1,9576	2,4283	3,3299
70	1,8950	2,3548	3,2343
80	1,8464	2,2978	3,1604
90	1,8073	2,2520	3,1012
100	1,7750	2,2143	3,0524
150	1,6707	2,0927	2,8957
200	1,6120	2,0245	2,8082
250	1,5732	1,9796	2,7507
300	1,5453	1,9473	2,7094
400	1,5070	1,9031	2,6530
500	1,4814	1,8736	2,6155
1 000	1,4199	1,8029	2,5257
2 000	1,3780	1,7549	2,4649
5 000	1,3418	1,7135	2,4127
10 000	1,3239	1,6931	2,3870
20 000	1,3114	1,6788	2,3690
∞	1,2816	1,6449	2,3264

Phụ lục D

(qui định)

Hệ số giới hạn dung sai thống kê hai phía, $k_D(n; m; p; 1-\alpha)$, đối với σ chung chưa biết (m mẫu)

Xem các Bảng từ D.1 đến D.12.

Bảng D.1 – Mức tin cậy 90,0 % và tỷ lệ 90,0 % ($1-\alpha = 0,90$; $p = 0,90$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	15,5124	6,0755	4,5088	3,8875	3,5544	3,3461	3,2032	3,0989	3,0193	2,9565
3	5,7881	3,6819	3,1564	2,9142	2,7733	2,6805	2,6146	2,5652	2,5268	2,4961
4	4,1571	3,0537	2,7366	2,5822	2,4894	2,4272	2,3823	2,3483	2,3216	2,3001
5	3,4993	2,7522	2,5209	2,4046	2,3336	2,2853	2,2502	2,2234	2,2023	2,1852
6	3,1406	2,5712	2,3863	2,2915	2,2329	2,1927	2,1632	2,1406	2,1227	2,1082
7	2,9128	2,4489	2,2932	2,2121	2,1616	2,1266	2,1009	2,0812	2,0654	2,0526
8	2,7542	2,3600	2,2244	2,1530	2,1081	2,0769	2,0539	2,0361	2,0220	2,0104
9	2,6368	2,2921	2,1712	2,1069	2,0663	2,0380	2,0170	2,0008	1,9878	1,9771
10	2,5460	2,2384	2,1287	2,0700	2,0327	2,0066	1,9872	1,9722	1,9601	1,9502
11	2,4734	2,1946	2,0938	2,0396	2,0050	1,9807	1,9626	1,9485	1,9372	1,9279
12	2,4140	2,1581	2,0646	2,0141	1,9817	1,9589	1,9419	1,9286	1,9180	1,9092
13	2,3643	2,1273	2,0398	1,9923	1,9618	1,9403	1,9242	1,9116	1,9015	1,8931
14	2,3220	2,1008	2,0184	1,9735	1,9446	1,9242	1,9089	1,8969	1,8872	1,8793
15	2,2855	2,0777	1,9998	1,9571	1,9296	1,9101	1,8955	1,8840	1,8748	1,8671
16	2,2537	2,0574	1,9833	1,9426	1,9163	1,8977	1,8837	1,8727	1,8638	1,8564
17	2,2257	2,0394	1,9687	1,9298	1,9045	1,8866	1,8731	1,8626	1,8540	1,8469
18	2,2008	2,0233	1,9556	1,9182	1,8940	1,8767	1,8637	1,8535	1,8452	1,8384
19	2,1785	2,0089	1,9438	1,9078	1,8844	1,8678	1,8552	1,8453	1,8373	1,8307
20	2,1584	1,9958	1,9331	1,8984	1,8758	1,8596	1,8475	1,8379	1,8302	1,8237
22	2,1235	1,9729	1,9144	1,8819	1,8606	1,8455	1,8340	1,8250	1,8176	1,8115
24	2,0943	1,9536	1,8986	1,8679	1,8478	1,8335	1,8226	1,8140	1,8070	1,8013
26	2,0693	1,9371	1,8851	1,8559	1,8368	1,8232	1,8128	1,8046	1,7980	1,7924
28	2,0478	1,9227	1,8733	1,8455	1,8273	1,8142	1,8043	1,7965	1,7901	1,7848
30	2,0289	1,9101	1,8629	1,8363	1,8189	1,8063	1,7968	1,7893	1,7832	1,7780
35	1,9906	1,8843	1,8417	1,8176	1,8017	1,7902	1,7815	1,7747	1,7690	1,7643
40	1,9611	1,8643	1,8252	1,8030	1,7884	1,7778	1,7697	1,7634	1,7581	1,7538
45	1,9376	1,8483	1,8121	1,7914	1,7777	1,7679	1,7603	1,7543	1,7494	1,7454
50	1,9184	1,8352	1,8012	1,7818	1,7690	1,7597	1,7526	1,7469	1,7423	1,7385
60	1,8885	1,8147	1,7844	1,7670	1,7554	1,7470	1,7406	1,7355	1,7313	1,7278
70	1,8662	1,7994	1,7718	1,7558	1,7452	1,7375	1,7316	1,7269	1,7231	1,7199
80	1,8489	1,7874	1,7619	1,7471	1,7373	1,7301	1,7247	1,7203	1,7167	1,7137
90	1,8348	1,7778	1,7539	1,7401	1,7309	1,7242	1,7190	1,7149	1,7116	1,7087
100	1,8232	1,7697	1,7473	1,7343	1,7256	1,7193	1,7144	1,7105	1,7073	1,7047
150	1,7856	1,7436	1,7257	1,7154	1,7084	1,7033	1,6994	1,6963	1,6937	1,6915

Bảng D.1 *(kết thúc)*

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
200	1,7643	1,7287	1,7136	1,7047	1,6987	1,6943	1,6910	1,6883	1,6861	1,6842
250	1,7502	1,7189	1,7055	1,6976	1,6923	1,6884	1,6854	1,6830	1,6811	1,6794
300	1,7401	1,7118	1,6997	1,6925	1,6877	1,6842	1,6815	1,6793	1,6775	1,6760
400	1,7262	1,7021	1,6917	1,6856	1,6814	1,6784	1,6761	1,6742	1,6726	1,6713
500	1,7169	1,6956	1,6864	1,6809	1,6773	1,6746	1,6725	1,6708	1,6694	1,6682
1 000	1,6947	1,6800	1,6736	1,6698	1,6672	1,6653	1,6639	1,6627	1,6617	1,6609
2 000	1,6795	1,6693	1,6649	1,6622	1,6604	1,6591	1,6581	1,6572	1,6565	1,6560
5 000	1,6665	1,6601	1,6574	1,6557	1,6546	1,6537	1,6531	1,6526	1,6521	1,6518
10 000	1,6601	1,6556	1,6536	1,6525	1,6517	1,6511	1,6506	1,6503	1,6500	1,6497
20 000	1,6556	1,6524	1,6511	1,6502	1,6497	1,6493	1,6489	1,6487	1,6485	1,6483
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Bảng D.2 – Mức tin cậy 90,0 % và tỷ lệ 95,0 % (1 – α = 0,90; p = 0,95)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	18,2208	7,1197	5,2743	4,5412	4,1473	3,9005	3,7308	3,6067	3,5117	3,4367
3	6,8233	4,3320	3,7087	3,4207	3,2528	3,1420	3,0630	3,0038	2,9575	2,9205
4	4,9127	3,6034	3,2262	3,0419	2,9311	2,8566	2,8027	2,7618	2,7297	2,7037
5	4,1425	3,2544	2,9787	2,8400	2,7551	2,6972	2,6551	2,6229	2,5974	2,5768
6	3,7226	3,0449	2,8245	2,7112	2,6411	2,5930	2,5577	2,5306	2,5091	2,4916
7	3,4558	2,9034	2,7176	2,6208	2,5604	2,5186	2,4878	2,4641	2,4452	2,4298
8	3,2699	2,8004	2,6385	2,5532	2,4996	2,4624	2,4348	2,4136	2,3966	2,3827
9	3,1323	2,7216	2,5773	2,5006	2,4521	2,4182	2,3931	2,3737	2,3581	2,3454
10	3,0258	2,6591	2,5282	2,4582	2,4137	2,3825	2,3593	2,3413	2,3269	2,3150
11	2,9406	2,6082	2,4880	2,4232	2,3819	2,3529	2,3313	2,3145	2,3010	2,2899
12	2,8707	2,5658	2,4542	2,3938	2,3552	2,3280	2,3077	2,2918	2,2791	2,2686
13	2,8123	2,5298	2,4254	2,3687	2,3323	2,3066	2,2874	2,2724	2,2603	2,2503
14	2,7625	2,4988	2,4006	2,3470	2,3125	2,2881	2,2699	2,2556	2,2440	2,2345
15	2,7196	2,4718	2,3789	2,3280	2,2951	2,2719	2,2545	2,2408	2,2298	2,2206
16	2,6821	2,4481	2,3597	2,3112	2,2798	2,2576	2,2408	2,2277	2,2171	2,2084
17	2,6491	2,4270	2,3427	2,2962	2,2661	2,2448	2,2287	2,2161	2,2059	2,1974
18	2,6197	2,4082	2,3274	2,2828	2,2539	2,2333	2,2178	2,2056	2,1958	2,1876
19	2,5934	2,3912	2,3136	2,2707	2,2428	2,2229	2,2079	2,1962	2,1866	2,1787
20	2,5697	2,3758	2,3011	2,2597	2,2327	2,2135	2,1990	2,1876	2,1783	2,1706
22	2,5285	2,3490	2,2793	2,2404	2,2151	2,1970	2,1833	2,1725	2,1638	2,1565
24	2,4940	2,3263	2,2607	2,2241	2,2001	2,1830	2,1700	2,1598	2,1515	2,1446
26	2,4645	2,3068	2,2448	2,2100	2,1873	2,1710	2,1586	2,1489	2,1409	2,1343
28	2,4390	2,2898	2,2309	2,1978	2,1761	2,1605	2,1487	2,1393	2,1317	2,1254
30	2,4166	2,2749	2,2187	2,1870	2,1662	2,1513	2,1399	2,1309	2,1236	2,1175
35	2,3712	2,2445	2,1937	2,1649	2,1460	2,1324	2,1220	2,1138	2,1071	2,1015
40	2,3363	2,2209	2,1743	2,1478	2,1303	2,1177	2,1081	2,1005	2,0943	2,0891
45	2,3084	2,2020	2,1587	2,1341	2,1178	2,1060	2,0970	2,0899	2,0841	2,0792
50	2,2855	2,1864	2,1459	2,1228	2,1075	2,0964	2,0879	2,0812	2,0757	2,0711
60	2,2500	2,1621	2,1260	2,1052	2,0914	2,0814	2,0737	2,0677	2,0627	2,0585

Bảng D.2 *(kết thúc)*

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
70	2,2236	2,1440	2,1110	2,0920	2,0794	2,0702	2,0632	2,0576	2,0530	2,0491
80	2,2029	2,1297	2,0993	2,0817	2,0699	2,0614	2,0549	2,0497	2,0454	2,0418
90	2,1862	2,1182	2,0898	2,0733	2,0624	2,0544	2,0482	2,0433	2,0393	2,0360
100	2,1724	2,1087	2,0819	2,0664	2,0561	2,0485	2,0427	2,0381	2,0343	2,0311
150	2,1276	2,0775	2,0563	2,0439	2,0356	2,0296	2,0249	2,0212	2,0181	2,0155
200	2,1022	2,0599	2,0418	2,0312	2,0241	2,0189	2,0149	2,0117	2,0090	2,0068
250	2,0855	2,0482	2,0322	2,0228	2,0165	2,0119	2,0083	2,0055	2,0031	2,0011
300	2,0734	2,0397	2,0253	2,0168	2,0110	2,0068	2,0036	2,0010	1,9988	1,9970
400	2,0569	2,0282	2,0158	2,0085	2,0035	1,9999	1,9971	1,9949	1,9930	1,9915
500	2,0458	2,0204	2,0094	2,0029	1,9986	1,9953	1,9928	1,9908	1,9892	1,9878
1 000	2,0193	2,0018	1,9942	1,9897	1,9866	1,9844	1,9826	1,9812	1,9800	1,9791
2 000	2,0013	1,9891	1,9838	1,9806	1,9785	1,9769	1,9757	1,9747	1,9739	1,9732
5 000	1,9857	1,9782	1,9749	1,9729	1,9715	1,9705	1,9698	1,9691	1,9686	1,9682
10 000	1,9781	1,9728	1,9704	1,9690	1,9681	1,9674	1,9669	1,9664	1,9661	1,9658
20 000	1,9727	1,9690	1,9673	1,9664	1,9657	1,9652	1,9648	1,9645	1,9643	1,9640
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Bảng D.3 – Mức tin cậy 90,0 % và tỷ lệ 99,0 % (1 – α = 0,90; p = 0,99)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	23,4235	9,1259	6,7452	5,7970	5,2861	4,9651	4,7436	4,5811	4,4565	4,3577
3	8,8187	5,5844	4,7723	4,3955	4,1749	4,0287	3,9242	3,8454	3,7837	3,7341
4	6,3722	4,6643	4,1701	3,9277	3,7814	3,6825	3,6108	3,5562	3,5131	3,4782
5	5,3868	4,2250	3,8628	3,6798	3,5674	3,4906	3,4344	3,3914	3,3573	3,3295
6	4,8498	3,9616	3,6715	3,5220	3,4291	3,3652	3,3182	3,2820	3,2532	3,2297
7	4,5085	3,7836	3,5389	3,4111	3,3311	3,2756	3,2347	3,2030	3,1778	3,1572
8	4,2707	3,6541	3,4408	3,3281	3,2572	3,2078	3,1712	3,1428	3,1202	3,1016
9	4,0945	3,5549	3,3646	3,2633	3,1991	3,1543	3,1210	3,0951	3,0744	3,0574
10	3,9580	3,4761	3,3035	3,2110	3,1521	3,1109	3,0802	3,0563	3,0371	3,0213
11	3,8488	3,4117	3,2533	3,1678	3,1132	3,0748	3,0462	3,0239	3,0059	2,9912
12	3,7591	3,3581	3,2110	3,1313	3,0803	3,0443	3,0174	2,9964	2,9795	2,9656
13	3,6840	3,3125	3,1750	3,1001	3,0520	3,0181	2,9927	2,9728	2,9568	2,9436
14	3,6201	3,2732	3,1438	3,0731	3,0275	2,9953	2,9711	2,9522	2,9370	2,9244
15	3,5649	3,2389	3,1165	3,0493	3,0060	2,9753	2,9522	2,9341	2,9196	2,9075
16	3,5166	3,2087	3,0923	3,0283	2,9869	2,9575	2,9354	2,9181	2,9041	2,8925
17	3,4741	3,1819	3,0708	3,0095	2,9698	2,9416	2,9204	2,9037	2,8902	2,8791
18	3,4362	3,1579	3,0515	2,9926	2,9545	2,9273	2,9069	2,8908	2,8778	2,8670
19	3,4022	3,1362	3,0340	2,9774	2,9406	2,9144	2,8946	2,8791	2,8665	2,8560
20	3,3716	3,1165	3,0181	2,9635	2,9279	2,9026	2,8835	2,8684	2,8562	2,8461
22	3,3183	3,0822	2,9903	2,9391	2,9057	2,8819	2,8639	2,8497	2,8381	2,8286
24	3,2736	3,0530	2,9667	2,9184	2,8869	2,8643	2,8472	2,8337	2,8228	2,8137
26	3,2354	3,0280	2,9464	2,9006	2,8706	2,8491	2,8328	2,8200	2,8095	2,8008
28	3,2023	3,0062	2,9286	2,8850	2,8564	2,8358	2,8203	2,8080	2,7980	2,7896
30	3,1734	2,9870	2,9130	2,8712	2,8438	2,8241	2,8092	2,7974	2,7878	2,7797

Bảng D.3 *(kết thúc)*

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
35	3,1143	2,9477	2,8808	2,8430	2,8180	2,8001	2,7864	2,7756	2,7668	2,7594
40	3,0688	2,9171	2,8558	2,8210	2,7980	2,7814	2,7687	2,7587	2,7505	2,7437
45	3,0325	2,8926	2,8357	2,8033	2,7818	2,7663	2,7545	2,7451	2,7375	2,7310
50	3,0027	2,8724	2,8191	2,7887	2,7685	2,7539	2,7428	2,7339	2,7267	2,7206
60	2,9564	2,8408	2,7932	2,7659	2,7477	2,7346	2,7245	2,7165	2,7099	2,7045
70	2,9218	2,8171	2,7737	2,7488	2,7321	2,7201	2,7108	2,7035	2,6974	2,6924
80	2,8947	2,7985	2,7585	2,7353	2,7199	2,7087	2,7001	2,6932	2,6876	2,6829
90	2,8729	2,7835	2,7461	2,7245	2,7100	2,6995	2,6914	2,6850	2,6797	2,6753
100	2,8548	2,7710	2,7358	2,7155	2,7018	2,6919	2,6843	2,6782	2,6732	2,6690
150	2,7960	2,7302	2,7023	2,6861	2,6751	2,6672	2,6610	2,6561	2,6521	2,6487
200	2,7627	2,7070	2,6833	2,6694	2,6600	2,6532	2,6479	2,6437	2,6402	2,6373
250	2,7407	2,6917	2,6707	2,6584	2,6501	2,6440	2,6393	2,6355	2,6324	2,6298
300	2,7249	2,6806	2,6616	2,6504	2,6429	2,6374	2,6331	2,6297	2,6269	2,6245
400	2,7031	2,6654	2,6491	2,6396	2,6331	2,6283	2,6246	2,6217	2,6193	2,6172
500	2,6886	2,6553	2,6408	2,6323	2,6265	2,6223	2,6190	2,6164	2,6142	2,6124
1 000	2,6538	2,6308	2,6208	2,6148	2,6108	2,6079	2,6056	2,6037	2,6022	2,6009
2 000	2,6301	2,6141	2,6071	2,6030	2,6002	2,5981	2,5965	2,5952	2,5941	2,5932
5 000	2,6097	2,5998	2,5954	2,5928	2,5910	2,5897	2,5887	2,5879	2,5872	2,5866
10 000	2,5996	2,5926	2,5896	2,5877	2,5865	2,5856	2,5849	2,5843	2,5838	2,5834
20 000	2,5926	2,5877	2,5855	2,5842	2,5834	2,5827	2,5822	2,5818	2,5815	2,5812
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Bảng D.4 – Mức tin cậy 95,0 % và tỷ lệ 90,0 % (1 – α = 0,95; p = 0,90)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	31,0923	8,7252	5,8380	4,7912	4,2571	3,9341	3,7179	3,5630	3,4468	3,3565
3	8,3060	4,5251	3,6939	3,3300	3,1251	2,9934	2,9017	2,8341	2,7824	2,7416
4	5,3681	3,5647	3,0909	2,8693	2,7400	2,6550	2,5949	2,5502	2,5157	2,4883
5	4,2907	3,1276	2,7925	2,6300	2,5332	2,4688	2,4229	2,3885	2,3618	2,3405
6	3,7326	2,8726	2,6100	2,4796	2,4009	2,3480	2,3100	2,2814	2,2592	2,2414
7	3,3896	2,7033	2,4852	2,3750	2,3077	2,2623	2,2294	2,2046	2,1851	2,1696
8	3,1561	2,5818	2,3937	2,2974	2,2381	2,1978	2,1685	2,1463	2,1289	2,1149
9	2,9861	2,4899	2,3234	2,2372	2,1839	2,1474	2,1208	2,1005	2,0846	2,0717
10	2,8564	2,4175	2,2674	2,1891	2,1403	2,1067	2,0822	2,0634	2,0487	2,0367
11	2,7537	2,3589	2,2217	2,1495	2,1044	2,0732	2,0503	2,0328	2,0190	2,0077
12	2,6703	2,3104	2,1835	2,1164	2,0742	2,0450	2,0235	2,0070	1,9939	1,9833
13	2,6011	2,2694	2,1512	2,0883	2,0485	2,0210	2,0006	1,9850	1,9726	1,9625
14	2,5425	2,2343	2,1233	2,0640	2,0264	2,0002	1,9809	1,9659	1,9541	1,9444
15	2,4922	2,2039	2,0991	2,0428	2,0070	1,9821	1,9636	1,9493	1,9379	1,9286
16	2,4486	2,1771	2,0777	2,0241	1,9899	1,9661	1,9483	1,9346	1,9237	1,9147
17	2,4103	2,1535	2,0588	2,0075	1,9748	1,9518	1,9348	1,9215	1,9110	1,9023
18	2,3764	2,1324	2,0418	1,9926	1,9612	1,9391	1,9226	1,9099	1,8996	1,8913
19	2,3461	2,1135	2,0266	1,9793	1,9489	1,9276	1,9117	1,8993	1,8894	1,8813
20	2,3188	2,0963	2,0128	1,9671	1,9378	1,9172	1,9017	1,8898	1,8801	1,8722

Bảng D.4 *(kết thúc)*

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
22	2,2718	2,0665	1,9887	1,9460	1,9184	1,8990	1,8844	1,8731	1,8640	1,8565
24	2,2325	2,0414	1,9683	1,9281	1,9020	1,8836	1,8698	1,8590	1,8503	1,8432
26	2,1991	2,0199	1,9509	1,9127	1,8880	1,8704	1,8573	1,8470	1,8386	1,8318
28	2,1703	2,0012	1,9357	1,8994	1,8758	1,8590	1,8464	1,8365	1,8285	1,8219
30	2,1452	1,9849	1,9225	1,8877	1,8651	1,8490	1,8369	1,8273	1,8197	1,8133
35	2,0943	1,9515	1,8953	1,8638	1,8432	1,8285	1,8174	1,8087	1,8016	1,7957
40	2,0553	1,9258	1,8743	1,8453	1,8263	1,8127	1,8024	1,7943	1,7877	1,7822
45	2,0244	1,9052	1,8575	1,8306	1,8128	1,8001	1,7905	1,7828	1,7767	1,7715
50	1,9991	1,8883	1,8437	1,8184	1,8018	1,7898	1,7807	1,7735	1,7676	1,7627
60	1,9599	1,8621	1,8223	1,7996	1,7846	1,7738	1,7655	1,7590	1,7537	1,7492
70	1,9308	1,8425	1,8062	1,7855	1,7717	1,7618	1,7542	1,7482	1,7433	1,7392
80	1,9082	1,8271	1,7937	1,7745	1,7617	1,7525	1,7455	1,7399	1,7353	1,7314
90	1,8899	1,8147	1,7835	1,7656	1,7537	1,7450	1,7384	1,7331	1,7288	1,7252
100	1,8749	1,8044	1,7752	1,7583	1,7470	1,7388	1,7326	1,7276	1,7235	1,7201
150	1,8260	1,7710	1,7478	1,7344	1,7254	1,7188	1,7137	1,7097	1,7064	1,7036
200	1,7985	1,7521	1,7324	1,7209	1,7132	1,7075	1,7032	1,6997	1,6968	1,6944
250	1,7803	1,7395	1,7221	1,7120	1,7051	1,7001	1,6962	1,6931	1,6906	1,6884
300	1,7673	1,7305	1,7148	1,7055	1,6993	1,6948	1,6912	1,6884	1,6861	1,6842
400	1,7494	1,7181	1,7046	1,6967	1,6914	1,6875	1,6844	1,6820	1,6800	1,6783
500	1,7374	1,7098	1,6979	1,6908	1,6861	1,6826	1,6799	1,6777	1,6760	1,6744
1 000	1,7088	1,6898	1,6816	1,6767	1,6734	1,6709	1,6690	1,6675	1,6663	1,6652
2 000	1,6894	1,6762	1,6705	1,6670	1,6647	1,6630	1,6617	1,6606	1,6598	1,6590
5 000	1,6726	1,6645	1,6609	1,6587	1,6573	1,6562	1,6554	1,6547	1,6542	1,6537
10 000	1,6644	1,6586	1,6561	1,6546	1,6536	1,6528	1,6523	1,6518	1,6514	1,6511
20 000	1,6586	1,6546	1,6528	1,6517	1,6510	1,6505	1,6501	1,6497	1,6495	1,6492
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Bảng D.5 – Mức tin cậy 95,0 % và tỷ lệ 95,0 % (1 – α = 0,95; p = 0,95)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	36,5193	10,2199	6,8215	5,5868	4,9552	4,5720	4,3146	4,1298	3,9907	3,8821
3	9,7888	5,3184	4,3321	3,8987	3,6535	3,4952	3,3844	3,3025	3,2395	3,1895
4	6,3411	4,2013	3,6366	3,3713	3,2157	3,1130	3,0401	2,9855	2,9432	2,9095
5	5,0769	3,6939	3,2936	3,0986	2,9820	2,9041	2,8482	2,8062	2,7734	2,7472
6	4,4222	3,3981	3,0841	2,9276	2,8327	2,7687	2,7225	2,6876	2,6603	2,6384
7	4,0196	3,2018	2,9408	2,8085	2,7275	2,6725	2,6326	2,6024	2,5786	2,5595
8	3,7456	3,0609	2,8357	2,7201	2,6488	2,6001	2,5646	2,5376	2,5163	2,4992
9	3,5459	2,9541	2,7548	2,6515	2,5873	2,5433	2,5111	2,4865	2,4671	2,4514
10	3,3935	2,8700	2,6904	2,5964	2,5377	2,4973	2,4677	2,4450	2,4271	2,4125
11	3,2728	2,8018	2,6376	2,5511	2,4969	2,4594	2,4318	2,4106	2,3938	2,3802
12	3,1747	2,7452	2,5936	2,5131	2,4625	2,4273	2,4015	2,3815	2,3657	2,3528
13	3,0932	2,6975	2,5561	2,4807	2,4331	2,4000	2,3755	2,3566	2,3416	2,3294
14	3,0242	2,6565	2,5238	2,4527	2,4077	2,3763	2,3530	2,3350	2,3207	2,3090
15	2,9650	2,6209	2,4957	2,4283	2,3854	2,3555	2,3333	2,3161	2,3024	2,2912

Bảng D.5 *(kết thúc)*

n	m 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
16	2,9135	2,5897	2,4709	2,4067	2,3658	2,3371	2,3158	2,2993	2,2862	2,2754
17	2,8684	2,5620	2,4488	2,3875	2,3483	2,3208	2,3003	2,2844	2,2717	2,2613
18	2,8283	2,5373	2,4291	2,3702	2,3326	2,3061	2,2864	2,2710	2,2587	2,2487
19	2,7926	2,5151	2,4113	2,3547	2,3184	2,2928	2,2738	2,2589	2,2470	2,2373
20	2,7604	2,4950	2,3952	2,3406	2,3055	2,2808	2,2623	2,2479	2,2364	2,2269
22	2,7048	2,4599	2,3670	2,3160	2,2830	2,2598	2,2423	2,2287	2,2178	2,2088
24	2,6583	2,4304	2,3432	2,2951	2,2640	2,2419	2,2254	2,2125	2,2021	2,1935
26	2,6188	2,4051	2,3227	2,2771	2,2476	2,2266	2,2108	2,1985	2,1886	2,1803
28	2,5847	2,3831	2,3049	2,2615	2,2333	2,2133	2,1982	2,1864	2,1768	2,1689
30	2,5549	2,3638	2,2893	2,2478	2,2208	2,2016	2,1871	2,1757	2,1665	2,1589
35	2,4946	2,3244	2,2573	2,2197	2,1952	2,1776	2,1643	2,1539	2,1455	2,1384
40	2,4484	2,2940	2,2326	2,1980	2,1753	2,1591	2,1468	2,1371	2,1292	2,1227
45	2,4117	2,2696	2,2128	2,1806	2,1594	2,1443	2,1327	2,1237	2,1163	2,1101
50	2,3816	2,2496	2,1964	2,1663	2,1464	2,1321	2,1212	2,1126	2,1056	2,0998
60	2,3351	2,2185	2,1710	2,1440	2,1261	2,1132	2,1033	2,0956	2,0892	2,0839
70	2,3005	2,1952	2,1520	2,1273	2,1109	2,0991	2,0900	2,0828	2,0770	2,0721
80	2,2736	2,1770	2,1371	2,1142	2,0990	2,0880	2,0796	2,0729	2,0675	2,0629
90	2,2519	2,1622	2,1251	2,1037	2,0895	2,0792	2,0713	2,0650	2,0598	2,0555
100	2,2339	2,1500	2,1151	2,0950	2,0815	2,0718	2,0643	2,0584	2,0535	2,0495
150	2,1758	2,1102	2,0826	2,0666	2,0558	2,0480	2,0420	2,0372	2,0332	2,0299
200	2,1430	2,0877	2,0642	2,0505	2,0413	2,0346	2,0294	2,0253	2,0219	2,0190
250	2,1214	2,0728	2,0520	2,0399	2,0317	2,0258	2,0212	2,0175	2,0144	2,0119
300	2,1058	2,0620	2,0432	2,0322	2,0248	2,0194	2,0152	2,0119	2,0091	2,0068
400	2,0845	2,0472	2,0312	2,0217	2,0154	2,0107	2,0071	2,0042	2,0018	1,9998
500	2,0703	2,0373	2,0231	2,0147	2,0091	2,0049	2,0017	1,9991	1,9970	1,9952
1 000	2,0362	2,0135	2,0037	1,9979	1,9939	1,9910	1,9888	1,9870	1,9855	1,9842
2 000	2,0130	1,9973	1,9905	1,9864	1,9836	1,9816	1,9800	1,9788	1,9777	1,9768
5 000	1,9930	1,9833	1,9790	1,9765	1,9748	1,9735	1,9725	1,9717	1,9710	1,9705
10 000	1,9832	1,9764	1,9734	1,9716	1,9704	1,9695	1,9688	1,9682	1,9677	1,9674
20 000	1,9763	1,9715	1,9694	1,9682	1,9673	1,9667	1,9662	1,9658	1,9655	1,9652
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Bảng D.6 – Mức tin cậy 95,0 % và tỷ lệ 99,0 % (1 – α = 0,95; p = 0,99)

n	m 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	46,9445	13,0925	8,7128	7,1173	6,2983	5,7995	5,4632	5,2207	5,0372	4,8934
3	12,6472	6,8474	5,5623	4,9943	4,6711	4,4612	4,3133	4,2032	4,1180	4,0500
4	8,2207	5,4302	4,6896	4,3392	4,1324	3,9949	3,8965	3,8225	3,7647	3,7182
5	6,5980	4,7884	4,2614	4,0029	3,8472	3,7425	3,6668	3,6095	3,5645	3,5283
6	5,7578	4,4149	4,0005	3,7926	3,6657	3,5796	3,5170	3,4694	3,4320	3,4017
7	5,2411	4,1672	3,8223	3,6464	3,5381	3,4640	3,4100	3,3688	3,3362	3,3099
8	4,8893	3,9893	3,6916	3,5378	3,4424	3,3769	3,3290	3,2922	3,2632	3,2396
9	4,6329	3,8544	3,5909	3,4534	3,3677	3,3085	3,2651	3,2317	3,2052	3,1837
10	4,4370	3,7481	3,5105	3,3856	3,3073	3,2531	3,2131	3,1824	3,1580	3,1381

Bảng D.6 *(kết thúc)*

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	4,2918	3,6618	3,4447	3,3297	3,2573	3,2071	3,1700	3,1414	3,1186	3,1000
12	4,1556	3,5901	3,3896	3,2828	3,2152	3,1682	3,1334	3,1066	3,0852	3,0677
13	4,0506	3,5295	3,3426	3,2426	3,1791	3,1349	3,1021	3,0767	3,0564	3,0398
14	3,9617	3,4775	3,3021	3,2078	3,1478	3,1059	3,0747	3,0506	3,0313	3,0155
15	3,8853	3,4323	3,2667	3,1774	3,1204	3,0804	3,0507	3,0277	3,0093	2,9941
16	3,8189	3,3925	3,2355	3,1504	3,0960	3,0579	3,0295	3,0074	2,9897	2,9752
17	3,7606	3,3572	3,2077	3,1264	3,0743	3,0377	3,0104	2,9892	2,9722	2,9582
18	3,7089	3,3257	3,1828	3,1048	3,0548	3,0196	2,9933	2,9728	2,9564	2,9429
19	3,6626	3,2973	3,1603	3,0853	3,0372	3,0032	2,9778	2,9580	2,9421	2,9290
20	3,6210	3,2716	3,1398	3,0676	3,0211	2,9883	2,9637	2,9445	2,9291	2,9164
22	3,5491	3,2267	3,1041	3,0365	2,9929	2,9620	2,9389	2,9208	2,9062	2,8942
24	3,4888	3,1888	3,0737	3,0102	2,9690	2,9398	2,9178	2,9006	2,8868	2,8753
26	3,4375	3,1562	3,0476	2,9874	2,9483	2,9205	2,8996	2,8833	2,8700	2,8591
28	3,3933	3,1280	3,0249	2,9676	2,9303	2,9038	2,8838	2,8681	2,8554	2,8449
30	3,3546	3,1031	3,0049	2,9501	2,9144	2,8890	2,8698	2,8547	2,8425	2,8324
35	3,2762	3,0522	2,9638	2,9143	2,8818	2,8586	2,8411	2,8273	2,8161	2,8068
40	3,2160	3,0128	2,9320	2,8864	2,8564	2,8350	2,8188	2,8059	2,7955	2,7869
45	3,1680	2,9812	2,9063	2,8640	2,8361	2,8160	2,8008	2,7888	2,7791	2,7709
50	3,1288	2,9552	2,8852	2,8455	2,8193	2,8004	2,7861	2,7748	2,7655	2,7578
60	3,0681	2,9147	2,8523	2,8166	2,7931	2,7761	2,7631	2,7528	2,7445	2,7375
70	3,0228	2,8843	2,8275	2,7950	2,7734	2,7578	2,7459	2,7364	2,7287	2,7223
80	2,9876	2,8605	2,8081	2,7780	2,7580	2,7435	2,7324	2,7236	2,7164	2,7104
90	2,9591	2,8413	2,7924	2,7643	2,7456	2,7320	2,7216	2,7133	2,7065	2,7009
100	2,9356	2,8253	2,7794	2,7529	2,7352	2,7224	2,7126	2,7048	2,6984	2,6930
150	2,8593	2,7732	2,7369	2,7158	2,7016	2,6913	2,6834	2,6771	2,6719	2,6676
200	2,8163	2,7436	2,7127	2,6947	2,6826	2,6738	2,6670	2,6616	2,6571	2,6533
250	2,7879	2,7240	2,6968	2,6808	2,6701	2,6622	2,6562	2,6513	2,6473	2,6440
300	2,7675	2,7099	2,6852	2,6708	2,6610	2,6539	2,6484	2,6440	2,6404	2,6373
400	2,7395	2,6905	2,6694	2,6570	2,6486	2,6425	2,6377	2,6339	2,6308	2,6282
500	2,7208	2,6775	2,6588	2,6478	2,6403	2,6349	2,6307	2,6273	2,6245	2,6221
1 000	2,6760	2,6462	2,6333	2,6256	2,6205	2,6166	2,6137	2,6113	2,6094	2,6077
2 000	2,6455	2,6249	2,6159	2,6105	2,6069	2,6042	2,6022	2,6005	2,5991	2,5980
5 000	2,6193	2,6065	2,6009	2,5975	2,5952	2,5936	2,5923	2,5912	2,5904	2,5896
10 000	2,6064	2,5974	2,5934	2,5911	2,5895	2,5883	2,5874	2,5867	2,5860	2,5855
20 000	2,5973	2,5910	2,5882	2,5866	2,5855	2,5846	2,5840	2,5835	2,5830	2,5827
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Bảng D.7 – Mức tin cậy 99,0 % và tỷ lệ 90,0 % ($1 - \alpha = 0,99$; $p = 0,90$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	155,5690	19,7425	10,2697	7,4789	6,2048	5,4874	5,0311	4,7170	4,4884	4,3150
3	18,7825	7,0392	5,1183	4,3676	3,9720	3,7293	3,5660	3,4492	3,3617	3,2939
4	9,4162	4,9212	3,9382	3,5449	3,3166	3,1727	3,0742	3,0028	2,9489	2,9068
5	6,6550	4,0660	3,4311	3,1453	2,9835	2,8800	2,8086	2,7565	2,7170	2,6860

Bảng D.7 *(kết thúc)*

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	5,3832	3,5984	3,1231	2,9026	2,7757	2,6938	2,6369	2,5953	2,5636	2,5388
7	4,6576	3,3006	2,9183	2,7369	2,6314	2,5628	2,5149	2,4798	2,4530	2,4319
8	4,1887	3,0928	2,7709	2,6156	2,5244	2,4647	2,4229	2,3922	2,3687	2,3502
9	3,8602	2,9387	2,6590	2,5223	2,4414	2,3882	2,3507	2,3231	2,3020	2,2853
10	3,6167	2,8193	2,5709	2,4481	2,3748	2,3265	2,2923	2,2671	2,2477	2,2324
11	3,4286	2,7239	2,4994	2,3874	2,3202	2,2756	2,2440	2,2206	2,2026	2,1884
12	3,2786	2,6456	2,4402	2,3368	2,2744	2,2329	2,2033	2,1814	2,1645	2,1512
13	3,1561	2,5801	2,3902	2,2939	2,2355	2,1964	2,1686	2,1479	2,1319	2,1192
14	3,0538	2,5244	2,3474	2,2569	2,2019	2,1649	2,1385	2,1188	2,1036	2,0915
15	2,9672	2,4763	2,3102	2,2248	2,1726	2,1374	2,1122	2,0934	2,0788	2,0672
16	2,8926	2,4344	2,2776	2,1965	2,1468	2,1132	2,0890	2,0709	2,0569	2,0458
17	2,8278	2,3975	2,2488	2,1715	2,1239	2,0917	2,0684	2,0510	2,0374	2,0267
18	2,7708	2,3647	2,2231	2,1491	2,1034	2,0724	2,0500	2,0331	2,0200	2,0095
19	2,7203	2,3354	2,2000	2,1290	2,0850	2,0550	2,0334	2,0170	2,0043	1,9941
20	2,6752	2,3089	2,1791	2,1108	2,0683	2,0393	2,0183	2,0024	1,9900	1,9801
22	2,5979	2,2631	2,1429	2,0791	2,0393	2,0120	1,9921	1,9770	1,9652	1,9558
24	2,5340	2,2247	2,1124	2,0525	2,0148	1,9889	1,9700	1,9556	1,9443	1,9352
26	2,4801	2,1920	2,0864	2,0297	1,9939	1,9692	1,9511	1,9373	1,9264	1,9177
28	2,4340	2,1638	2,0638	2,0099	1,9758	1,9521	1,9348	1,9215	1,9110	1,9025
30	2,3940	2,1391	2,0441	1,9926	1,9599	1,9372	1,9205	1,9076	1,8975	1,8893
35	2,3137	2,0891	2,0040	1,9575	1,9277	1,9069	1,8915	1,8796	1,8702	1,8625
40	2,2529	2,0507	1,9732	1,9304	1,9030	1,8837	1,8693	1,8582	1,8493	1,8421
45	2,2050	2,0202	1,9486	1,9089	1,8833	1,8652	1,8517	1,8412	1,8328	1,8259
50	2,1660	1,9953	1,9285	1,8913	1,8672	1,8502	1,8374	1,8274	1,8194	1,8128
60	2,1063	1,9567	1,8974	1,8641	1,8424	1,8269	1,8153	1,8062	1,7989	1,7928
70	2,0623	1,9280	1,8742	1,8439	1,8240	1,8098	1,7990	1,7906	1,7838	1,7781
80	2,0282	1,9056	1,8562	1,8281	1,8097	1,7964	1,7864	1,7785	1,7721	1,7668
90	2,0009	1,8876	1,8416	1,8154	1,7982	1,7858	1,7763	1,7689	1,7629	1,7578
100	1,9784	1,8727	1,8296	1,8050	1,7887	1,7770	1,7680	1,7610	1,7552	1,7505
150	1,9061	1,8245	1,7906	1,7711	1,7581	1,7486	1,7414	1,7357	1,7310	1,7270
200	1,8657	1,7973	1,7686	1,7520	1,7409	1,7328	1,7266	1,7216	1,7176	1,7142
250	1,8392	1,7794	1,7541	1,7394	1,7296	1,7224	1,7168	1,7124	1,7088	1,7058
300	1,8202	1,7665	1,7437	1,7304	1,7214	1,7149	1,7099	1,7059	1,7026	1,6998
400	1,7943	1,7488	1,7293	1,7179	1,7103	1,7047	1,7003	1,6969	1,6940	1,6916
500	1,7771	1,7369	1,7197	1,7097	1,7029	1,6979	1,6940	1,6909	1,6884	1,6862
1 000	1,7359	1,7086	1,6967	1,6897	1,6850	1,6815	1,6788	1,6767	1,6749	1,6734
2 000	1,7081	1,6892	1,6810	1,6762	1,6729	1,6704	1,6685	1,6670	1,6658	1,6647
5 000	1,6842	1,6726	1,6675	1,6644	1,6624	1,6608	1,6597	1,6587	1,6579	1,6573
10 000	1,6725	1,6643	1,6608	1,6586	1,6572	1,6561	1,6553	1,6546	1,6541	1,6536
20 000	1,6643	1,6586	1,6561	1,6546	1,6535	1,6528	1,6522	1,6517	1,6513	1,6510
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Bảng D.8 – Mức tin cậy 99,0 % và tỷ lệ 95,0 % ($1 - \alpha = 0,99$; $p = 0,95$)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	182,7201	23,1159	11,9855	8,7010	7,1975	6,3481	5,8059	5,4311	5,1573	4,9489
3	22,1308	8,2618	5,9854	5,0908	4,6163	4,3233	4,1249	3,9820	3,8745	3,7907
4	11,1178	5,7889	4,6406	4,1439	3,8673	3,6914	3,5701	3,4816	3,4143	3,3616
5	7,8698	4,7921	4,0321	3,6869	3,4897	3,3624	3,2737	3,2086	3,1589	3,1198
6	6,3735	4,2479	3,6775	3,4103	3,2552	3,1542	3,0833	3,0311	2,9911	2,9596
7	5,5196	3,9016	3,4420	3,2221	3,0929	3,0081	2,9484	2,9043	2,8704	2,8436
8	4,9677	3,6599	3,2727	3,0843	2,9726	2,8989	2,8468	2,8082	2,7784	2,7550
9	4,5810	3,4807	3,1443	2,9784	2,8793	2,8136	2,7670	2,7324	2,7057	2,6846
10	4,2942	3,3419	3,0430	2,8940	2,8045	2,7449	2,7024	2,6708	2,6464	2,6271
11	4,0727	3,2308	2,9608	2,8251	2,7430	2,6881	2,6489	2,6196	2,5970	2,5791
12	3,8959	3,1396	2,8927	2,7674	2,6913	2,6403	2,6037	2,5764	2,5552	2,5384
13	3,7514	3,0633	2,8350	2,7185	2,6473	2,5994	2,5650	2,5393	2,5193	2,5034
14	3,6309	2,9983	2,7856	2,6763	2,6093	2,5640	2,5315	2,5070	2,4881	2,4730
15	3,5286	2,9422	2,7427	2,6395	2,5761	2,5331	2,5021	2,4788	2,4606	2,4462
16	3,4406	2,8932	2,7050	2,6072	2,5468	2,5057	2,4761	2,4537	2,4364	2,4225
17	3,3641	2,8501	2,6716	2,5784	2,5207	2,4814	2,4529	2,4314	2,4147	2,4013
18	3,2968	2,8117	2,6418	2,5527	2,4973	2,4596	2,4321	2,4114	2,3952	2,3822
19	3,2372	2,7774	2,6150	2,5295	2,4763	2,4399	2,4134	2,3933	2,3776	2,3653
20	3,1838	2,7464	2,5908	2,5086	2,4572	2,4220	2,3963	2,3769	2,3616	2,3494
22	3,0924	2,6926	2,5486	2,4720	2,4239	2,3908	2,3666	2,3482	2,3337	2,3221
24	3,0168	2,6475	2,5131	2,4411	2,3957	2,3644	2,3414	2,3239	2,3101	2,2989
26	2,9530	2,6091	2,4826	2,4146	2,3716	2,3417	2,3198	2,3030	2,2898	2,2791
28	2,8984	2,5759	2,4563	2,3916	2,3506	2,3221	2,3011	2,2850	2,2722	2,2619
30	2,8510	2,5468	2,4332	2,3715	2,3322	2,3049	2,2846	2,2691	2,2568	2,2468
35	2,7558	2,4878	2,3861	2,3304	2,2947	2,2697	2,2511	2,2368	2,2254	2,2161
40	2,6836	2,4425	2,3498	2,2987	2,2658	2,2427	2,2254	2,2120	2,2013	2,1926
45	2,6267	2,4064	2,3209	2,2735	2,2428	2,2211	2,2049	2,1923	2,1822	2,1739
50	2,5805	2,3768	2,2971	2,2527	2,2239	2,2035	2,1881	2,1762	2,1666	2,1587
60	2,5095	2,3311	2,2603	2,2206	2,1947	2,1762	2,1623	2,1514	2,1426	2,1353
70	2,4571	2,2970	2,2329	2,1967	2,1729	2,1559	2,1431	2,1330	2,1249	2,1181
80	2,4165	2,2705	2,2115	2,1780	2,1560	2,1402	2,1282	2,1188	2,1112	2,1048
90	2,3840	2,2491	2,1942	2,1630	2,1424	2,1276	2,1163	2,1074	2,1002	2,0942
100	2,3573	2,2314	2,1799	2,1506	2,1311	2,1171	2,1065	2,0981	2,0912	2,0855
150	2,2712	2,1740	2,1336	2,1103	2,0948	2,0835	2,0749	2,0681	2,0625	2,0578
200	2,2231	2,1416	2,1074	2,0876	2,0743	2,0647	2,0573	2,0514	2,0465	2,0425
250	2,1915	2,1203	2,0901	2,0726	2,0609	2,0523	2,0457	2,0405	2,0361	2,0325
300	2,1689	2,1049	2,0777	2,0618	2,0512	2,0434	2,0374	2,0326	2,0287	2,0254
400	2,1380	2,0838	2,0606	2,0470	2,0379	2,0312	2,0261	2,0219	2,0185	2,0157
500	2,1175	2,0697	2,0492	2,0372	2,0291	2,0231	2,0185	2,0149	2,0118	2,0093
1 000	2,0684	2,0359	2,0218	2,0134	2,0078	2,0037	2,0005	1,9979	1,9958	1,9940
2 000	2,0353	2,0128	2,0030	1,9973	1,9933	1,9904	1,9882	1,9864	1,9849	1,9836
5 000	2,0069	1,9930	1,9869	1,9833	1,9808	1,9790	1,9776	1,9765	1,9755	1,9747
10 000	1,9929	1,9832	1,9789	1,9764	1,9746	1,9734	1,9724	1,9716	1,9709	1,9704

Bảng D.8 *(kết thúc)*

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20 000	1,9831	1,9763	1,9733	1,9715	1,9703	1,9694	1,9687	1,9682	1,9677	1,9673
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Bảng D.9 – Mức tin cậy 99,0 % và tỷ lệ 99,0 % (1 – α = 0,99; p = 0,99)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	234,8775	29,6006	15,2876	11,0563	9,1134	8,0113	7,3045	6,8136	6,4531	6,1774
3	28,5857	10,6204	7,6599	6,4888	5,8628	5,4728	5,2065	5,0131	4,8663	4,7512
4	14,4054	7,4658	5,9599	5,3025	4,9324	4,6945	4,5286	4,4063	4,3126	4,2384
5	10,2201	6,1969	5,1946	4,7343	4,4681	4,2942	4,1716	4,0806	4,0105	3,9547
6	8,2916	5,5053	4,7503	4,3924	4,1820	4,0431	3,9445	3,8709	3,8140	3,7687
7	7,1908	5,0656	4,4559	4,1605	3,9847	3,8678	3,7844	3,7220	3,6736	3,6350
8	6,4791	4,7591	4,2445	3,9911	3,8389	3,7371	3,6643	3,6096	3,5670	3,5331
9	5,9802	4,5318	4,0843	3,8610	3,7260	3,6352	3,5700	3,5210	3,4828	3,4523
10	5,6102	4,3557	3,9580	3,7574	3,6354	3,5531	3,4938	3,4491	3,4142	3,3863
11	5,3242	4,2147	3,8554	3,6727	3,5609	3,4852	3,4305	3,3893	3,3570	3,3312
12	5,0960	4,0989	3,7702	3,6018	3,4983	3,4280	3,3771	3,3386	3,3085	3,2844
13	4,9093	4,0019	3,6982	3,5415	3,4448	3,3790	3,3312	3,2951	3,2667	3,2440
14	4,7535	3,9192	3,6363	3,4895	3,3986	3,3365	3,2914	3,2572	3,2303	3,2088
15	4,6212	3,8478	3,5825	3,4441	3,3581	3,2992	3,2564	3,2238	3,1983	3,1777
16	4,5074	3,7855	3,5352	3,4040	3,3223	3,2662	3,2254	3,1942	3,1698	3,1501
17	4,4084	3,7304	3,4933	3,3684	3,2904	3,2368	3,1976	3,1678	3,1443	3,1254
18	4,3212	3,6815	3,4558	3,3365	3,2618	3,2103	3,1727	3,1440	3,1213	3,1031
19	4,2439	3,6376	3,4220	3,3077	3,2359	3,1864	3,1501	3,1224	3,1005	3,0829
20	4,1748	3,5979	3,3915	3,2816	3,2124	3,1646	3,1296	3,1027	3,0816	3,0644
22	4,0563	3,5291	3,3381	3,2359	3,1713	3,1265	3,0935	3,0682	3,0483	3,0321
24	3,9581	3,4713	3,2931	3,1972	3,1364	3,0941	3,0629	3,0389	3,0199	3,0045
26	3,8752	3,4220	3,2545	3,1639	3,1063	3,0662	3,0365	3,0136	2,9955	2,9807
28	3,8042	3,3792	3,2209	3,1350	3,0801	3,0418	3,0135	2,9916	2,9742	2,9600
30	3,7425	3,3418	3,1915	3,1095	3,0571	3,0204	2,9932	2,9721	2,9554	2,9417
35	3,6185	3,2656	3,1312	3,0574	3,0099	2,9765	2,9516	2,9323	2,9169	2,9043
40	3,5244	3,2070	3,0847	3,0171	2,9733	2,9425	2,9194	2,9015	2,8871	2,8753
45	3,4502	3,1602	3,0474	2,9847	2,9440	2,9152	2,8936	2,8768	2,8632	2,8521
50	3,3898	3,1218	3,0167	2,9581	2,9199	2,8928	2,8724	2,8565	2,8437	2,8331
60	3,2970	3,0623	2,9691	2,9167	2,8824	2,8580	2,8395	2,8250	2,8133	2,8037
70	3,2284	3,0179	2,9334	2,8857	2,8544	2,8319	2,8150	2,8016	2,7908	2,7818
80	3,1753	2,9832	2,9056	2,8615	2,8325	2,8116	2,7958	2,7834	2,7732	2,7648
90	3,1327	2,9552	2,8831	2,8420	2,8148	2,7953	2,7804	2,7687	2,7592	2,7512
100	3,0976	2,9321	2,8644	2,8258	2,8002	2,7817	2,7677	2,7566	2,7475	2,7400
150	2,9847	2,8569	2,8038	2,7732	2,7527	2,7379	2,7266	2,7176	2,7102	2,7041
200	2,9215	2,8144	2,7695	2,7434	2,7260	2,7133	2,7036	2,6958	2,6894	2,6841
250	2,8801	2,7864	2,7468	2,7238	2,7084	2,6971	2,6884	2,6815	2,6758	2,6711
300	2,8504	2,7662	2,7305	2,7096	2,6956	2,6854	2,6775	2,6713	2,6661	2,6617
400	2,8098	2,7385	2,7080	2,6902	2,6782	2,6694	2,6627	2,6572	2,6528	2,6490

Bảng D.9 *(kết thúc)*

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
500	2,7828	2,7200	2,6931	2,6773	2,6666	2,6588	2,6528	2,6479	2,6440	2,6406
1 000	2,7184	2,6756	2,6570	2,6461	2,6387	2,6332	2,6290	2,6257	2,6229	2,6205
2 000	2,6748	2,6453	2,6324	2,6248	2,6197	2,6158	2,6129	2,6105	2,6086	2,6069
5 000	2,6374	2,6192	2,6112	2,6065	2,6032	2,6008	2,5990	2,5975	2,5963	2,5952
10 000	2,6191	2,6063	2,6007	2,5974	2,5951	2,5934	2,5921	2,5911	2,5902	2,5895
20 000	2,6062	2,5973	2,5934	2,5910	2,5894	2,5882	2,5873	2,5866	2,5860	2,5855
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Bảng D.10 – Mức tin cậy 99,9 % và tỷ lệ 90,0 % ($1 - \alpha = 0,999$; $p = 0,90$)

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1555,7340	62,5942	22,3691	13,5933	10,1615	8,4070	7,3630	6,6785	6,1986	5,8452
3	59,5426	12,7713	7,8069	6,1415	5,3341	4,8647	4,5605	4,3485	4,1926	4,0734
4	20,4870	7,4872	5,3963	4,5921	4,1750	3,9224	3,7543	3,6346	3,5453	3,4760
5	12,0557	5,6774	4,4228	3,9067	3,6300	3,4592	3,3439	3,2610	3,1986	3,1500
6	8,7591	4,7730	3,8891	3,5106	3,3035	3,1742	3,0863	3,0227	2,9746	2,9369
7	7,0628	4,2289	3,5480	3,2483	3,0821	2,9775	2,9060	2,8541	2,8148	2,7839
8	6,0427	3,8639	3,3091	3,0597	2,9202	2,8318	2,7712	2,7271	2,6936	2,6672
9	5,3650	3,6009	3,1312	2,9167	2,7957	2,7187	2,6658	2,6272	2,5978	2,5747
10	4,8829	3,4016	2,9930	2,8039	2,6964	2,6279	2,5806	2,5461	2,5199	2,4992
11	4,5224	3,2450	2,8821	2,7122	2,6152	2,5531	2,5101	2,4788	2,4549	2,4361
12	4,2426	3,1183	2,7909	2,6362	2,5473	2,4902	2,4507	2,4219	2,3999	2,3826
13	4,0189	3,0135	2,7145	2,5719	2,4896	2,4366	2,3999	2,3730	2,3525	2,3364
14	3,8358	2,9253	2,6494	2,5167	2,4398	2,3902	2,3558	2,3306	2,3113	2,2962
15	3,6830	2,8499	2,5932	2,4689	2,3965	2,3497	2,3171	2,2933	2,2751	2,2608
16	3,5536	2,7845	2,5441	2,4269	2,3583	2,3139	2,2830	2,2603	2,2430	2,2294
17	3,4423	2,7274	2,5009	2,3897	2,3245	2,2821	2,2525	2,2309	2,2143	2,2013
18	3,3456	2,6769	2,4624	2,3566	2,2942	2,2536	2,2252	2,2044	2,1885	2,1760
19	3,2607	2,6319	2,4280	2,3268	2,2670	2,2279	2,2006	2,1805	2,1652	2,1532
20	3,1856	2,5916	2,3970	2,3000	2,2424	2,2046	2,1783	2,1589	2,1441	2,1324
22	3,0583	2,5221	2,3434	2,2533	2,1995	2,1641	2,1393	2,1210	2,1070	2,0960
24	2,9544	2,4644	2,2984	2,2141	2,1634	2,1299	2,1064	2,0890	2,0757	2,0652
26	2,8678	2,4155	2,2602	2,1807	2,1326	2,1007	2,0782	2,0616	2,0489	2,0388
28	2,7944	2,3736	2,2273	2,1519	2,1060	2,0755	2,0539	2,0379	2,0256	2,0159
30	2,7313	2,3371	2,1986	2,1267	2,0828	2,0534	2,0326	2,0171	2,0052	1,9958
35	2,6061	2,2636	2,1405	2,0757	2,0358	2,0088	1,9894	1,9750	1,9639	1,9551
40	2,5127	2,2077	2,0962	2,0368	1,9999	1,9747	1,9566	1,9430	1,9324	1,9241
45	2,4399	2,1636	2,0611	2,0061	1,9715	1,9478	1,9307	1,9177	1,9077	1,8996
50	2,3814	2,1278	2,0326	1,9810	1,9485	1,9260	1,9097	1,8973	1,8876	1,8799
60	2,2925	2,0727	1,9886	1,9426	1,9132	1,8927	1,8777	1,8662	1,8571	1,8499
70	2,2276	2,0321	1,9562	1,9142	1,8873	1,8683	1,8543	1,8435	1,8350	1,8281
80	2,1779	2,0006	1,9310	1,8923	1,8673	1,8496	1,8364	1,8262	1,8181	1,8115
90	2,1383	1,9754	1,9109	1,8748	1,8513	1,8347	1,8222	1,8125	1,8048	1,7985
100	2,1059	1,9546	1,8943	1,8603	1,8382	1,8224	1,8106	1,8014	1,7940	1,7879

Bảng D.10 *(kết thúc)*

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
150	2,0029	1,8878	1,8408	1,8140	1,7963	1,7835	1,7739	1,7662	1,7601	1,7549
200	1,9461	1,8504	1,8109	1,7881	1,7730	1,7621	1,7537	1,7471	1,7417	1,7372
250	1,9091	1,8259	1,7912	1,7711	1,7578	1,7481	1,7406	1,7347	1,7299	1,7258
300	1,8827	1,8083	1,7771	1,7590	1,7468	1,7380	1,7313	1,7259	1,7215	1,7178
400	1,8469	1,7842	1,7577	1,7423	1,7319	1,7244	1,7185	1,7139	1,7101	1,7069
500	1,8232	1,7682	1,7449	1,7312	1,7220	1,7153	1,7101	1,7060	1,7026	1,6997
1 000	1,7671	1,7300	1,7140	1,7046	1,6982	1,6936	1,6900	1,6871	1,6847	1,6827
2 000	1,7294	1,7040	1,6930	1,6865	1,6820	1,6788	1,6763	1,6743	1,6726	1,6712
5 000	1,6974	1,6817	1,6749	1,6709	1,6681	1,6661	1,6645	1,6632	1,6622	1,6613
10 000	1,6817	1,6708	1,6660	1,6631	1,6612	1,6598	1,6587	1,6578	1,6571	1,6564
20 000	1,6707	1,6631	1,6597	1,6577	1,6564	1,6554	1,6546	1,6540	1,6535	1,6530
∞	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449	1,6449

Bảng D.11 – Mức tin cậy 99,9 % và tỷ lệ 95,0 % (1 – α = 0,999; p = 0,95)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	1827,2522	73,2838	26,0939	15,7955	11,7620	9,6947	8,4608	7,6494	7,0787	6,6574
3	70,1538	14,9785	9,1103	7,1319	6,1666	5,6019	5,2338	4,9760	4,7860	4,6403
4	24,1850	8,7950	6,3062	5,3407	4,8352	4,5266	4,3198	4,1720	4,0613	3,9754
5	14,2518	6,6792	5,1776	4,5531	4,2145	4,0035	3,8602	3,7567	3,6785	3,6175
6	10,3659	5,6230	4,5609	4,1002	3,8451	3,6842	3,5740	3,4939	3,4332	3,3856
7	8,3658	4,9882	4,1678	3,8015	3,5958	3,4650	3,3748	3,3091	3,2592	3,2199
8	7,1627	4,5627	3,8928	3,5874	3,4141	3,3032	3,2265	3,1704	3,1277	3,0940
9	6,3633	4,2562	3,6884	3,4253	3,2747	3,1779	3,1107	3,0615	3,0240	2,9944
10	5,7945	4,0241	3,5298	3,2976	3,1638	3,0774	3,0174	2,9733	2,9397	2,9131
11	5,3691	3,8417	3,4025	3,1939	3,0730	2,9947	2,9402	2,9001	2,8695	2,8453
12	5,0388	3,6941	3,2979	3,1079	2,9972	2,9252	2,8751	2,8382	2,8099	2,7877
13	4,7747	3,5721	3,2102	3,0351	2,9327	2,8659	2,8193	2,7850	2,7587	2,7380
14	4,5585	3,4692	3,1354	2,9727	2,8771	2,8146	2,7709	2,7387	2,7140	2,6946
15	4,3780	3,3813	3,0708	2,9185	2,8286	2,7697	2,7285	2,6980	2,6747	2,6563
16	4,2251	3,3050	3,0144	2,8709	2,7858	2,7300	2,6909	2,6620	2,6399	2,6224
17	4,0936	3,2383	2,9646	2,8287	2,7479	2,6947	2,6574	2,6298	2,6086	2,5919
18	3,9793	3,1793	2,9204	2,7910	2,7139	2,6630	2,6272	2,6008	2,5805	2,5645
19	3,8789	3,1268	2,8807	2,7572	2,6833	2,6344	2,6000	2,5746	2,5551	2,5396
20	3,7900	3,0796	2,8449	2,7266	2,6555	2,6085	2,5753	2,5507	2,5319	2,5170
22	3,6394	2,9983	2,7829	2,6733	2,6071	2,5632	2,5320	2,5090	2,4912	2,4772
24	3,5164	2,9307	2,7309	2,6285	2,5663	2,5248	2,4954	2,4735	2,4567	2,4434
26	3,4138	2,8734	2,6866	2,5901	2,5313	2,4919	2,4639	2,4431	2,4270	2,4143
28	3,3269	2,8241	2,6483	2,5570	2,5010	2,4634	2,4366	2,4166	2,4012	2,3890
30	3,2521	2,7812	2,6149	2,5280	2,4745	2,4384	2,4126	2,3934	2,3785	2,3667
35	3,1037	2,6947	2,5471	2,4690	2,4205	2,3876	2,3638	2,3460	2,3322	2,3212
40	2,9928	2,6288	2,4952	2,4238	2,3791	2,3486	2,3264	2,3097	2,2967	2,2863
45	2,9064	2,5767	2,4540	2,3879	2,3463	2,3176	2,2967	2,2809	2,2685	2,2586
50	2,8368	2,5343	2,4204	2,3587	2,3195	2,2924	2,2725	2,2574	2,2456	2,2361

Bảng D.11 *(kết thúc)*

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
60	2,7311	2,4691	2,3686	2,3135	2,2783	2,2536	2,2355	2,2216	2,2106	2,2017
70	2,6540	2,4209	2,3303	2,2801	2,2478	2,2251	2,2083	2,1953	2,1849	2,1766
80	2,5949	2,3833	2,3005	2,2543	2,2243	2,2031	2,1873	2,1751	2,1653	2,1573
90	2,5478	2,3535	2,2766	2,2335	2,2054	2,1855	2,1706	2,1590	2,1497	2,1421
100	2,5092	2,3288	2,2569	2,2164	2,1899	2,1711	2,1569	2,1459	2,1370	2,1297
150	2,3865	2,2493	2,1933	2,1614	2,1402	2,1250	2,1135	2,1044	2,0970	2,0909
200	2,3188	2,2048	2,1577	2,1306	2,1126	2,0995	2,0896	2,0817	2,0753	2,0699
250	2,2748	2,1757	2,1343	2,1104	2,0945	2,0829	2,0740	2,0670	2,0612	2,0564
300	2,2434	2,1547	2,1175	2,0959	2,0815	2,0710	2,0629	2,0565	2,0512	2,0468
400	2,2007	2,1260	2,0944	2,0760	2,0637	2,0547	2,0478	2,0422	2,0377	2,0338
500	2,1725	2,1070	2,0791	2,0628	2,0519	2,0439	2,0377	2,0328	2,0287	2,0253
1 000	2,1056	2,0614	2,0423	2,0311	2,0235	2,0180	2,0137	2,0102	2,0074	2,0050
2 000	2,0607	2,0305	2,0173	2,0095	2,0043	2,0004	1,9974	1,9950	1,9930	1,9913
5 000	2,0225	2,0039	1,9958	1,9909	1,9877	1,9852	1,9834	1,9819	1,9806	1,9796
10 000	2,0038	1,9908	1,9851	1,9817	1,9794	1,9777	1,9764	1,9754	1,9745	1,9737
20 000	1,9908	1,9817	1,9777	1,9753	1,9737	1,9725	1,9716	1,9708	1,9702	1,9697
∞	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600	1,9600

Bảng D.12 – Mức tin cậy 99,9 % và tỷ lệ 99,0 % (1 – α = 0,999; p = 0,99)

n	m									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2318,8387	93,8333	33,2653	20,0444	14,8373	12,1910	10,5938	9,5391	8,7942	8,2100
3	90,6105	19,2385	11,6321	9,0532	7,7853	7,0373	6,5458	6,1990	5,9414	5,7135
4	31,3298	11,3247	8,0703	6,7950	6,1194	5,7024	5,4200	5,2164	5,0629	4,9431
5	18,5010	8,6194	6,6422	5,8089	5,3506	5,0612	4,8622	4,7173	4,6071	4,5206
6	13,4784	7,2704	5,8646	5,2452	4,8967	4,6737	4,5189	4,4055	4,3188	4,2505
7	10,8920	6,4607	5,3703	4,8753	4,5924	4,4096	4,2820	4,1880	4,1161	4,0592
8	9,3356	5,9183	5,0256	4,6112	4,3716	4,2158	4,1065	4,0258	3,9639	3,9148
9	8,3012	5,5280	4,7697	4,4117	4,2029	4,0663	3,9702	3,8991	3,8444	3,8010
10	7,5649	5,2325	4,5713	4,2549	4,0689	3,9468	3,8606	3,7968	3,7475	3,7085
11	7,0142	5,0002	4,4124	4,1278	3,9595	3,8486	3,7702	3,7120	3,6670	3,6314
12	6,5864	4,8124	4,2817	4,0223	3,8682	3,7663	3,6940	3,6403	3,5989	3,5659
13	6,2443	4,6570	4,1722	3,9332	3,7906	3,6960	3,6288	3,5788	3,5402	3,5095
14	5,9641	4,5260	4,0788	3,8568	3,7237	3,6352	3,5723	3,5254	3,4891	3,4603
15	5,7303	4,4139	3,9981	3,7903	3,6653	3,5820	3,5226	3,4784	3,4441	3,4169
16	5,5319	4,3168	3,9276	3,7319	3,6138	3,5349	3,4787	3,4366	3,4041	3,3782
17	5,3613	4,2317	3,8654	3,6802	3,5680	3,4930	3,4394	3,3993	3,3683	3,3436
18	5,2130	4,1565	3,8099	3,6339	3,5270	3,4553	3,4041	3,3657	3,3360	3,3123
19	5,0827	4,0894	3,7602	3,5923	3,4900	3,4213	3,3721	3,3353	3,3067	3,2840
20	4,9673	4,0291	3,7154	3,5546	3,4564	3,3904	3,3430	3,3075	3,2800	3,2581
22	4,7717	3,9252	3,6375	3,4889	3,3978	3,3362	3,2920	3,2588	3,2330	3,2125
24	4,6118	3,8385	3,5720	3,4335	3,3481	3,2903	3,2486	3,2173	3,1929	3,1735
26	4,4784	3,7650	3,5161	3,3859	3,3054	3,2507	3,2112	3,1815	3,1583	3,1398
28	4,3653	3,7018	3,4677	3,3447	3,2683	3,2163	3,1786	3,1502	3,1281	3,1104

Bảng D.12 *(kết thúc)*

n	*m*									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
30	4.2679	3.6466	3,4254	3.3085	3.2357	3,1860	3,1499	3,1227	3,1014	3,0844
35	4,0745	3,5352	3,3393	3.2347	3,1690	3,1239	3,0911	3,0661	3,0466	3,0310
40	3,9299	3,4501	3,2731	3,1778	3,1175	3,0759	3,0455	3,0223	3,0042	2,9895
45	3,8170	3,3827	3,2203	3,1323	3,0764	3,0376	3,0091	2,9873	2,9702	2,9563
50	3,7261	3,3277	3,1772	3,0951	3,0427	3,0061	2,9792	2,9586	2,9423	2,9291
60	3,5879	3,2430	3,1104	3,0374	2,9904	2,9574	2,9330	2,9141	2,8992	2,8870
70	3,4870	3,1802	3,0607	2,9944	2,9515	2,9213	2,8987	2,8812	2,8673	2,8559
80	3,4095	3,1314	3,0221	2,9610	2,9213	2,8932	2,8721	2,8557	2,8426	2,8319
90	3,3478	3,0923	2,9910	2,9341	2,8970	2,8706	2,8508	2,8353	2,8229	2,8127
100	3,2972	3,0600	2,9653	2,9119	2,8769	2,8520	2,8333	2,8186	2,8067	2,7970
150	3,1362	2,9559	2,8822	2,8402	2,8123	2,7923	2,7771	2,7651	2,7553	2,7472
200	3,0474	2,8975	2,8356	2,7999	2,7762	2,7590	2,7459	2,7355	2,7270	2,7200
250	2,9896	2,8592	2,8049	2,7734	2,7525	2,7372	2,7256	2,7163	2,7087	2,7024
300	2,9483	2,8317	2,7828	2,7544	2,7354	2,7216	2,7110	2,7026	2,6956	2,6898
400	2,8922	2,7940	2,7525	2,7283	2,7121	2,7003	2,6911	2,6839	2,6779	2,6729
500	2,8551	2,7690	2,7324	2,7110	2,6966	2,6861	2,6780	2,6715	2,6661	2,6616
1 000	2,7672	2,7091	2,6840	2,6693	2,6594	2,6521	2,6464	2,6419	2,6382	2,6350
2 000	2,7083	2,6685	2,6512	2,6410	2,6340	2,6290	2,6250	2,6219	2,6192	2,6170
5 000	2,6580	2,6336	2,6229	2,6165	2,6122	2,6090	2,6066	2,6046	2,6030	2,6016
10 000	2,6334	2,6164	2,6089	2,6044	2,6014	2,5992	2,5975	2,5961	2,5949	2,5939
20 000	2,6163	2,6044	2,5991	2,5960	2,5939	2,5923	2,5911	2,5901	2,5893	2,5886
∞	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759	2,5759

Phụ lục E

(qui định)

Khoảng dung sai thống kê phi tham số

Xem Bảng E.1 và Bảng E.2.

Bảng E.1 – Khoảng dung sai thống kê phi tham số – Cỡ mẫu *n* đối với tỷ lệ *p* ở mức tin cậy 1 – *α*, *v* và *w* đã cho

	Mức tin cậy 90 % (1 – α = 0,90)			Mức tin cậy 95 % (1 – α = 0,95)		
	Tỷ lệ $p \times 100$ %			Tỷ lệ $p \times 100$ %		
$v + w$	90	95	99	90	95	99
1	22	45	230	29	59	299
2	38	77	388	46	93	473
3	52	105	531	61	124	628
4	65	132	667	76	153	773
5	78	158	798	89	181	913
6	91	184	926	103	208	1049
7	104	209	1051	116	234	1182
8	116	234	1175	129	260	1312
9	128	258	1297	142	286	1441
10	140	282	1418	154	311	1568
11	152	306	1538	167	336	1693
12	164	330	1658	179	361	1818
13	175	353	1776	191	386	1941
14	187	377	1893	203	410	2064
15	199	400	2010	215	434	2185
16	210	423	2127	227	458	2306
17	222	446	2242	239	482	2426
18	233	469	2358	251	506	2546
19	245	492	2473	263	530	2665
20	256	515	2587	275	554	2784

Bảng E.2 *(kết thúc)*

	Mức tin cậy 99 % (1 - α = 0,99)				Mức tin cậy 99,9 % (1 - α = 0,999)		
	Tỷ lệ p x 100 %				Tỷ lệ p x 100 %		
$v + w$	90	95	99		90	95	99
1	44	90	459		66	135	688
2	64	130	662		89	181	920
3	81	165	838		108	220	1119
4	97	198	1001		126	257	1302
5	113	229	1157		143	291	1475
6	127	259	1307		159	324	1640
7	142	288	1453		175	356	1801
8	156	316	1596		190	387	1957
9	170	344	1736		205	417	2110
10	183	371	1874		220	447	2259
11	197	398	2010		235	476	2407
12	210	425	2144		249	505	2552
13	223	451	2277		263	533	2696
14	236	478	2409		277	562	2837
15	249	504	2539		291	590	2978
16	262	529	2669		305	617	3117
17	275	555	2798		318	645	3255
18	287	580	2925		332	672	3391
19	300	606	3052		345	699	3527
20	312	631	3179		358	726	3662

Phụ lục F

(tham khảo)

Tính toán các hệ số đối với khoảng dung sai thống kê tham số hai phía

Trong lĩnh vực thống kê toán, trường hợp chưa biết trung bình μ và chưa biết độ lệch chuẩn σ thì khoảng dung sai thống kê tham số hai phía được gọi là khoảng dung sai với tỷ lệ p tương ứng mức tin cậy $1-\alpha$ đối với phân bố chuẩn. Ký hiệu β đôi khi được dùng thay cho ký hiệu p. Mặc dù định nghĩa về khoảng dung sai với tỷ lệ p rất đơn giản nhưng việc tính toán giá trị chính xác của hệ số dung sai lại tương đối khó, đặc biệt nếu không sử dụng máy tính. Ta xét khoảng dung sai tạo bởi $[\bar{x}-k\times s,\ \bar{x}+k\times s]$, trong đó $\bar{x}$ và s tương ứng là trung bình của mẫu và độ lệch chuẩn mẫu.

Giá trị hệ số dung sai là nghiệm cho k trong phương trình tích phân sau đây

$$\sqrt{\frac{n}{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}F(x,k)e^{-\frac{nx^2}{2}}dx-1+\alpha=0 \qquad \text{(F.1)}$$

trong đó

$$F(x,k)=\int_{\frac{fR^2(x)}{k^2}}^{\infty}\frac{t^{\frac{f}{2}-1}e^{-\frac{t}{2}}}{2^{\frac{f}{2}}\Gamma\left(\frac{f}{2}\right)}dt$$

và $R(x)$ là đáp số của phương trình $\Phi(x+R)-\Phi(x-R)-p=0$.

Trong công thức tính $F(x,k)$, Công thức (F.1), ký hiệu f là số bậc tự do, phụ thuộc vào số mẫu và số quan trắc trong từng mẫu.

CHÚ THÍCH 1: Đối với một mẫu cỡ n, bậc tự do là $f=n-1$.

CHÚ THÍCH 1: Đối với m mẫu cỡ n (mô hình cân bằng), bậc tự do là $f=m(n-1)$.

CHÚ THÍCH 1: Đối với m mẫu cỡ $n_1, n_2,\ldots,n_m$ (mô hình không cân bằng), bậc tự do là

$$f=\sum_{i=1}^{m}(n_i-1)=\sum_{i=1}^{m}(n_i)-m$$

Trong trường hợp này Công thức (F.1) được sửa đổi; n được thay bằng n_i và k được thay bằng k_i và ta thu được đáp số k_i riêng cho từng mẫu.

Suy luận phân tích về đáp số của Công thức (F.1) đối với k rất khó, nếu không nói là không thể, vì vậy phương pháp gần đúng cho việc tính toán hệ số k đã được sử dụng trước đây. Trong tiêu chuẩn trước về khoảng dung sai (ISO 3207:1975), các hệ số trong bảng đối với khoảng dung sai thống kê hai phía trong trường hợp chưa biết μ và σ đã có được nhờ phương pháp như vậy.

Gần đây, các chương trình máy tính sử dụng tích phân số để tính toán chính xác các hệ số đã được xây dựng. Trong Phụ lục D, các hệ số rút ra nhờ quá trình lặp sử dụng tích phân số, đã được tính để cho ít nhất là mức tin cậy yêu cầu.

Các bảng hệ số k mở rộng đối với khoảng dung sai thống kê hai phía có phân bố chuẩn, chưa biết μ và σ đã được Garaj và Janiga [9] công bố. Phần giới thiệu về các bảng được trình bày bằng tiếng Anh, Pháp, Đức và Slovak. Các bảng này tương ứng với cột m = 1 của các bảng trong Phụ lục D của tiêu chuẩn này nhưng số lượng đầu vào và các dãy n, p và α trong các bảng của Garaj và Janiga [9] rộng hơn.

Phụ lục D cung cấp các bảng hệ số k đối với khoảng dung sai thống kê hai phía có phân bố chuẩn, chưa biết $\mu_i(i = 1,2,\ldots,m;\ m = 2(1)10)$ và chưa biết σ chung.

Các bảng hệ số k mở rộng đối với khoảng dung sai thống kê hai phía có phân bố chuẩn, chưa biết μ và σ chung cũng đã được Garaj và Janiga [10] công bố. Phần giới thiệu về các bảng được trình bày bằng tiếng Anh, Pháp, Đức và Slovak. Các bảng này tương ứng với cột m = 2(1)10 của các bảng trong Phụ lục D của tiêu chuẩn này nhưng số lượng đầu vào, số chữ số thập phân và các dãy m, n, p và α trong các bảng của Garaj và Janiga [10] rộng hơn.

Phụ lục G

(tham khảo)

Thiết lập khoảng dung sai thống kê phi tham số đối với dạng phân bố bất kỳ

G.1 Tổng thể vô hạn

Giả định có một mẫu, $x_1, x_2,..., x_n$, các quan trắc ngẫu nhiên độc lập trên một tổng thể (liên tục, rời rạc hoặc hỗn hợp) và thống kê thứ tự của nó là $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq ... \leq x_{(n)}$.

Khoảng tin cậy ít nhất $100(1-\alpha)$ % chứa ít nhất là $100p$ % của tổng thể nằm giữa quan trắc nhỏ nhất thứ v [nghĩa là, thống kê thứ tự $x_{(v)}$] và quan trắc lớn nhất thứ w [nghĩa là, thống kê thứ tự $x_{(n-w+1)}$] của mẫu được xác định bằng cách tìm phân bố nhị thức tích lũy đối với mẫu cỡ n nhỏ nhất sao cho:

$$\sum_{x=0}^{v+w-1} \binom{n}{x} p^{n-x}(1-p)^x \leq \alpha \tag{G.1}$$

trong đó $v \geq 0$, $w \geq 0$, $v + w \geq 1$, $0 < p < 1$ và $0 < \alpha < 1$.

Khi hàm phân bố tích lũy của đặc trưng X của tổng thể không liên tục, tuyên bố trên được sửa đổi sao cho có *ít nhất* $100(1 - \alpha)$ % mức tin cậy rằng ít nhất $100p$ % của tổng thể nằm giữa $x_{(v)}$ và $x_{(n-w+1)}$ hoặc bằng $x_{(v)}$ hoặc $x_{(n-w+1)}$.

Khi $v = 0$, $x_{(0)}$ ứng với biên dưới của X (ví dụ –4) và khoảng liên quan được gọi là khoảng dung sai thống kê một phía trên. Khi $w = 0$, $x_{(n+1)}$ ứng với biên trên của X (ví dụ +4) và khoảng liên quan được gọi là khoảng dung sai thống kê một phía dưới. Khi $v \geq 1$ và $w \geq 1$ khoảng liên quan giữa hai thống kê thứ tự được gọi là khoảng hai phía. Khi xử lý các giá trị rời rạc, chấp nhận được hay không chấp nhận được, tập $v + w - 1$ bằng số cá thể không phù hợp lớn nhất cho phép trong mẫu.

Khi $v + w = 1$, Công thức (G.1) rút gọn thành:

$$p^n \leq \alpha \tag{G.2}$$

Khi $v + w = 2$, Công thức (G.1) rút gọn thành:

$$np^{n-1} - (n-1)p^n \leq \alpha \tag{G.3}$$

G.2 Tổng thể hữu hạn

Giả định có một tổng thể hữu hạn với các giá trị $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq ... \leq X_{(n)}$ đi kèm với N phần tử của nó. Một mẫu ngẫu nhiên đơn giản cỡ n được lấy mà không hoàn lại và thống kê thứ tự của nó là $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq ... \leq x_{(n)}$.

Khoảng tin cậy 100(1−α) % chứa ít nhất là 100p % của tổng thể nằm giữa quan trắc nhỏ nhất thứ v [nghĩa là, thống kê thứ tự $x_{(v)}$] và quan trắc lớn nhất thứ w [nghĩa là, thống kê thứ tự $x_{(n-w+1)}$] trong mẫu được xác định bằng cách tìm phân bố siêu hình học tích lũy đối với mẫu cỡ n nhỏ nhất sao cho:

$$\sum_{x=0}^{v+w-1} \frac{\binom{N-M+c}{x}\binom{M-c}{n-x}}{\binom{N}{n}} \leq \alpha \tag{G.4}$$

trong đó $v \geq 0$, $w \geq 0$, $v + w \geq 1$, $0 < p < 1$ và $0 < \alpha < 1$, $M = [Np]$ (số nguyên nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng Np) và c = 0, 1 hoặc 2 tùy thuộc vào việc khoảng đó ứng với giá trị rời rạc là một phía hay là hai phía, tương ứng.

Khi $v = 0$, $x_{(0)}$ ứng với biên dưới của X (ví dụ –4) và khoảng liên quan được gọi là khoảng dung sai thống kê một phía trên. Khi $w = 0$, $x_{(n+1)}$ ứng với biên trên của X (ví dụ +4) và khoảng liên quan được gọi là khoảng dung sai thống kê một phía dưới. Khi $v \geq 1$ và $w \geq 1$ khoảng liên quan giữa hai thống kê thứ tự được gọi là khoảng hai phía. Khi $c = 0$, tập $v + w - 1$ bằng số cá thể không phù hợp lớn nhất cho phép trong mẫu.

Thông tin kỹ thuật bổ sung có thể tìm đọc trong Tài liệu tham khảo [7].

Thư mục tài liệu tham khảo

[1] TCVN 10860:2015 (ISO 2602:1980), Giải thích thống kê kết quả thử – Ước lượng trung bình – Khoảng tin cậy

[2] ISO 2854:1976, *Statistical interpretation of data – Techniques of estimation and tests relating to means and variances* (Giải thích dữ liệu thống kê – Kỹ thuật ước lượng và phép thử liên quan đến trung bình và phương sai)

[3] ISO 3207:1975, *Statistical interpretation of data – Determination of a statistical tolerance interval* (Giải thích dữ liệu thống kê – Xác định khoảng dung sai thống kê)

[4] ISO 5479:1979, *Statistical interpretation of data – Tests for departure from the normal distribution* (Giải thích dữ liệu thống kê – Kiểm nghiệm sai lệch so với phân bố chuẩn)

[5] TCVN 9595-3:2013 (ISO/IEC 98-3:2008), Độ không đảm bảo đo – Phần 3: Hướng dẫn trình bày độ không đảm bảo đo (GUM:1995)

[6] EBERHARDT, K.R., MEE, R.W. and REEVE, C.P. Computing factors for exact two-sided tolerance limits for a normal distribution. *Communications in Statistics Part B*, 1989, 18 pp. 397-413 (Hệ số tính toán giới hạn dung sai hai phía chính xác đối với phân bố chuẩn)

[7] FOUNTAIN R.L., & CHOU Y.-M. Minimum sample sizes for two-side tolerance intervals for finite population. *Journal of quality technology*. 1991, 23 pp. 90-95 (Cỡ mẫu nhỏ nhất đối với khoảng dung sai hai phía cho tổng thể hữu hạn)

[8] FUJINO, Y. Exact two-sided tolerance limits for a normal distribution. *Japanese Journal of Applied Statistics*, 1989, 18, pp. 29-36 (in Japanese) (Giới hạn dung sai hai phía chính xác đối với phân bố chuẩn)

[9] GARAJ, I và JANIGA, I. *Two-sided tolerance limits of normal distribution for unknown mean and variability*. Vydavateľstvo STU, Bratislava 2002, pp. 147 (Giới hạn dung sai hai phía của phân bố chuẩn, chưa biết trung bình và độ biến động)

[10] GARAJ, I và JANIGA, I. *Two-sided tolerance limits of normal distribution with unknown means and unknown common variability*. Vydavateľstvo STU, Bratislava 2004, pp. 218 (Giới hạn dung sai hai phía của phân bố chuẩn, chưa biết trung bình và phương sai chung)

[11] GARAJ, I và JANIGA, I. *One-sided tolerance limits of normal distribution for unknown mean and variability*. Vydavateľstvo STU, Bratislava 2005, pp. 214 (Giới hạn dung sai một phía của phân bố chuẩn, chưa biết trung bình và độ biến động)

[12] HANSON, D.L. & OWEN, D.B. Distribution-free tolerance limits elimination of the requirement that cumulative distribution functions be continuous. *Technometrics*, 1963, 5 pp. 518-522 (Giới hạn dung sai phi tham số loại trừ yêu cầu hàm phân bố tích lũy là liên tục)

[13] HAHN, G. & MEEKER, W.Q. *Statistical Intervals: A guide for practitioners*. John Wiley & Sons, 1991 (Khoảng thống kê: Hướng dẫn thực hành)

[14] HAVLICEK L.L., & CRAIN R.D. *Practical statistics for the physical sciences.* American chemical society, Washington, 1988, pp. 489 (Thống kê thực tế trong khoa học tự nhiên)

[15] ODEH, R.E. & OWEN, D.B. *Tables for normal tolerance limits, Sampling Plans, and Screening.* Marcel Dekker, Inc., New York, Basel, 1980 (Bảng dùng cho giới hạn dung sai chuẩn, Phương án lấy mẫu và sàng lọc)

[16] PATEL, J.K. Tolerance Limits – A Review. *Communications in Statistics. Theory Methods.* 1986, 15 pp. 2719-2762 (Giới hạn dung sai – Tổng quan)

[17] SCHEFFÉ, H. & TUKEY, J.W. Non-parametric estimation. I. Validation of order statistics. *Ann. Math. Stat.* 1945, 16 pp. 187-192 (Ước lượng phi tham số. I. Xác nhận giá trị của thống kê thứ tự)

[18] VANGEL, M.G. One-sided nonparametric tolerance limits. *Comm. Statist. Simulation and Computation*, 1994, 23 pp. 1137-1154 (Giới hạn dung sai phi tham số một phía)

[19] WILKS, S.S. Determination of Sample Sizes for Setting Tolerance Limits. *Ann. Math. Stat*, 1941, 12 pp. 91-96 (Xác định cỡ mẫu để đặt giới hạn dung sai)