

TCVN

TIÊU CHUẨN QUỐC GIA

TCVN 7870-2:2010

ISO 80000-2:2009

Xuất bản lần 1

ĐẠI LƯỢNG VÀ ĐƠN VỊ –

**PHẦN 2: DẤU VÀ KÝ HIỆU TOÁN HỌC DÙNG TRONG
KHOA HỌC TỰ NHIÊN VÀ CÔNG NGHỆ**

Quantities and units –

*Part 2: Mathematical signs and symbols to be used in the natural sciences and
technology*

HÀ NỘI - 2010

Mục lục

	Trang
Lời nói đầu	4
Lời giới thiệu	5
1 Phạm vi áp dụng	7
2 Tài liệu viện dẫn	7
3 Biến số, hàm số và toán tử	7
4 Logic toán	9
5 Tập hợp	10
6 Tập và khoảng số tiêu chuẩn	12
7 Dấu và ký hiệu hỗn hợp	14
8 Hình học sơ cấp	16
9 Các phép toán	17
10 Tổ hợp	20
11 Hàm số	21
12 Hàm mũ và hàm loga	24
13 Hàm số vòng và hàm hypecbol	25
14 Số phức	27
15 Ma trận	28
16 Hệ tọa độ	30
17 Đại lượng vô hướng, vectơ và tenxơ	32
18 Phép biến đổi	36
19 Các hàm đặc biệt	37
Phụ lục A (qui định) Làm rõ các ký hiệu sử dụng	41
Thư mục tài liệu tham khảo.....	46

Lời nói đầu

TCVN 7870-2:2010 thay thế cho TCVN 6398-11:2000 (ISO 31-11:1992);

TCVN 7870-2:2010 hoàn toàn tương đương với ISO 80000-2:2009;

TCVN 7870-2:2010 do Ban kỹ thuật tiêu chuẩn quốc gia TCVN/TC 12 *Đại lượng và đơn vị đo lường* biên soạn, Tổng cục Tiêu chuẩn Đo lường Chất lượng đề nghị, Bộ Khoa học và Công nghệ công bố.

Lời giới thiệu

0.0 Giới thiệu chung

TCVN 7870-2:2010 do Ban Kỹ thuật Tiêu chuẩn về Đại lượng và Đơn vị đo lường TCVN/TC12 biên soạn. Mục tiêu của Ban Kỹ thuật TCVN/TC12 là tiêu chuẩn hóa đơn vị và ký hiệu cho các đại lượng và đơn vị (kể cả ký hiệu toán học) dùng trong lĩnh vực khoa học và công nghệ, hệ số chuyển đổi tiêu chuẩn giữa các đơn vị; đưa ra định nghĩa của các đại lượng và đơn vị khi cần thiết.

Bộ TCVN 7870, chấp nhận bộ tiêu chuẩn ISO 80000, gồm các phần dưới đây có tên chung “Đại lượng và đơn vị”:

- TCVN 7870-1:2010 (ISO 80000-1:2009), Phần 1: Quy định chung
- TCVN 7870-2:2010 (ISO 80000-2:2009), Phần 2: Dấu và ký hiệu toán học dùng trong khoa học tự nhiên và công nghệ
- TCVN 7870-3:2007 (ISO 80000-3:2006), Phần 3: Không gian và thời gian
- TCVN 7870-4:2007 (ISO 80000-4:2006), Phần 4: Cơ học
- TCVN 7870-5:2007 (ISO 80000-5:2007), Phần 5: Nhiệt động lực học
- TCVN 7870-7:2009 (ISO 80000-7:2008), Phần 7: Ánh sáng
- TCVN 7870-8:2007 (ISO 80000-8:2007), Phần 8: Âm học
- TCVN 7870-9:2010 (ISO 80000-9:2009), Phần 9: Hóa lý và vật lý phân tử
- TCVN 7870-10:2010 (ISO 80000-10:2009), Phần 10: Vật lý nguyên tử và hạt nhân
- TCVN 7870-11:2009 (ISO 80000-11:2008), Phần 11: Số đặc trưng
- TCVN 7870-12:2010 (ISO 80000-12:2009), Phần 12: Vật lý chất rắn

Bộ TCVN 7870, chấp nhận bộ tiêu chuẩn IEC 80000, gồm các phần dưới đây có tên chung “Đại lượng và đơn vị”:

- TCVN 7870-6:2010 (IEC 80000-6:2008), Phần 6: Điện tử
- TCVN 7870-13:2010 (IEC 80000-13:2008), Phần 13: Khoa học và công nghệ thông tin
- TCVN 7870-14:2010 (IEC 80000-14:2008), Phần 14: Viễn sinh trắc liên quan đến sinh lý người

0.1 Cách sắp xếp các bảng

Cột đầu tiên “Mục số” trong các bảng nêu lên số của mục, tiếp theo là số mục tương ứng trong TCVN 6398-11 (ISO 31-11) được đặt trong ngoặc đơn, dấu gạch ngang chỉ ra rằng mục đó không có trong TCVN 6398-11 (ISO 31-11).

Cột thứ hai “Dấu, ký hiệu, biểu thức” đưa ra dấu hoặc ký hiệu được xem xét, thường là trong ngữ cảnh thể hiện điển hình. Nếu có nhiều hơn một dấu, ký hiệu hoặc biểu thức cho cùng một mục thì chúng

TCVN 7870-2:2010

binh đẳng như nhau. Trong một số trường hợp, ví dụ đối với hàm mũ, chỉ có một cách thể hiện điển hình và không có ký hiệu.

Cột thứ ba “Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời” đưa ra gợi ý về ý nghĩa hoặc cách đọc biểu thức toán học. Cột này cung cấp nhận biết về khái niệm và không phải là định nghĩa toán học hoàn chỉnh.

Cột thứ tư “Chú thích và ví dụ” cung cấp thêm thông tin. Các định nghĩa được đưa ra nếu như vừa đủ ngắn để đặt trong cột. Các định nghĩa không nhất thiết là hoàn chỉnh về mặt toán học.

Bố trí của bảng trong Điều 16 “Hệ tọa độ” có khác biệt đôi chút.

Đại lượng và đơn vị –

Phần 2: Dấu và ký hiệu toán học dùng trong khoa học tự nhiên và công nghệ

Quantities and units –

Part 2: Mathematical signs and symbols to be used in the natural sciences and technology

1 Phạm vi áp dụng

Tiêu chuẩn này cung cấp thông tin chung về dấu và ký hiệu toán học, ý nghĩa của chúng, diễn đạt bằng lời tương ứng và các ứng dụng.

Các khuyến nghị trong tiêu chuẩn này chủ yếu áp dụng trong khoa học tự nhiên và công nghệ, tuy nhiên cũng có thể áp dụng cho các lĩnh vực khác sử dụng toán học.

2 Tài liệu viện dẫn

Các tài liệu viện dẫn dưới đây rất cần thiết cho việc áp dụng tiêu chuẩn này. Đối với các tài liệu ghi năm công bố thì áp dụng bản được nêu. Đối với các tài liệu không ghi năm công bố thì áp dụng bản mới nhất, bao gồm cả các sửa đổi.

TCVN 7870-1:2010 (ISO 80000-1:2009), Đại lượng và đơn vị – Phần 1: Quy định chung

3 Biến số, hàm số và toán tử

Các biến x, y, \dots và các chỉ số chạy của biến như i trong $\sum_i x_i$ được in nghiêng. Các tham số như a, b, \dots , được coi là hằng số trong trường hợp cụ thể, các hàm số nói chung như f, g , cũng được in nghiêng.

Tuy nhiên, hàm số đã xác định rõ không phụ thuộc vào ngữ cảnh, ví dụ như \sin, \exp, \ln, Γ , thì được in bằng kiểu chữ Roman (đứng). Các hằng số toán học có giá trị không thay đổi cũng được in bằng kiểu chữ Roman (đứng), ví dụ: $e = 2,718\ 218\ 8\dots; \pi = 3,141\ 592\dots; i^2 = -1$. Các toán tử xác định rõ cũng được in bằng kiểu chữ Roman (đứng), ví dụ: div, δ trong δx và chữ d trong df/dx .

TCVN 7870-2:2010

Các số biểu thị bằng các chữ số luôn được in bằng kiểu chữ Roman (đứng), ví dụ: 351 204; 1,32; 7/8.

Đối số của một hàm được viết trong ngoặc đơn sau ký hiệu của hàm số, không có khoảng trống giữa ký hiệu của hàm và ngoặc đơn đầu tiên, ví dụ: $f(x)$, $\cos(\omega t + \varphi)$. Nếu ký hiệu của hàm số gồm hai hoặc nhiều chữ cái và đối số không chứa dấu phép toán, như +, -, x, · hoặc /, thì có thể bỏ ngoặc đơn trước và sau đối số đó. Trong trường hợp này, nên để một khoảng trống hẹp giữa ký hiệu hàm và đối số, ví dụ: $\text{int } 2,4$; $\sin \pi t$; $\arcsin 2A$; $Ei x$.

Nếu có khả năng nhầm lẫn thì nên thêm dấu ngoặc đơn. Ví dụ, viết $\cos(x) + y$; không viết $\cos x + y$ vì như thế có thể hiểu lầm là $\cos(x + y)$.

Có thể sử dụng dấu phẩy, chấm phẩy hoặc ký hiệu thích hợp khác để phân tách giữa các số hoặc các biểu thức. Dấu phẩy thường được ưu tiên, trừ trường hợp sử dụng các số có dấu phẩy thập phân.

Nếu biểu thức hoặc phương trình phải được tách thành hai dòng trở lên thì phải sử dụng một trong hai phương pháp dưới đây.

a) Đặt ngắt dòng ngay sau một trong các ký hiệu =, +, -, ± hoặc μ , hoặc nếu cần, đặt ngay sau một trong các dấu x, · hoặc /. Trong trường hợp này, dấu chỉ ra rằng biểu thức còn tiếp tục ở dòng hoặc trang tiếp theo.

b) Đặt ngắt dòng ngay trước một trong các ký hiệu =, +, -, ± hoặc μ , hoặc nếu cần, đặt ngay trước một trong các dấu x, · hoặc /. Trong trường hợp này, dấu chỉ ra rằng biểu thức tiếp theo dòng trước hoặc trang trước.

Không được lặp lại dấu ở đầu dòng tiếp theo; ví dụ hai dấu trừ có thể gây ra sai dấu. Trong một tài liệu chỉ nên sử dụng một trong hai phương pháp này. Nếu có thể, không nên ngắt dòng bên trong một biểu thức trong ngoặc.

Các loại chữ cái khác nhau thường được dùng cho các loại thực thể khác nhau. Điều này làm cho các công thức dễ đọc hơn và giúp thiết lập ngữ cảnh thích hợp. Không có quy tắc chặt chẽ nào cần được giải thích, tuy nhiên nếu cần, thì nên giải thích về việc sử dụng phông chữ.

4 Logic toán

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-4.1 (11-3.1)	$p \wedge q$	hội của p và q , p và q	
2-4.2 (11-3.2)	$p \vee q$	tuyển của p và q , p hoặc q	Từ "hoặc" là không bao gồm, nghĩa là $p \vee q$ là đúng, nếu hoặc p hoặc q , hoặc cả hai là đúng.
2-4.3 (11-3.3)	$\neg p$	phủ định của p , không p	
2-4.4 (11-3.4)	$p \Rightarrow q$	p kéo theo q , nếu p thì q	$q \Leftarrow p$ có cùng nghĩa như $p \Rightarrow q$. \Rightarrow là dấu kéo theo.
2-4.5 (11-3.5)	$p \Leftrightarrow q$	p tương đương với q	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ có cùng nghĩa như $p \Leftrightarrow q$. \Leftrightarrow là dấu tương đương.
2-4.6 (11-3.6)	$\forall x \in A \ p(x)$	với mỗi x thuộc A , mệnh đề $p(x)$ là đúng	Trong trường hợp rõ ràng tập đang xét là tập A thì có thể dùng ký hiệu $\forall x \ p(x)$. \forall là lượng từ toàn thể. Đối với $x \in A$, xem 2-5.1.
2-4.7 (11-3.7)	$\exists x \in A \ p(x)$	tồn tại một x thuộc A để $p(x)$ là đúng	Trong trường hợp rõ ràng tập đang xét là tập A thì có thể dùng ký hiệu $\exists x \ p(x)$. \exists là lượng từ bộ phận (tồn tại). Đối với $x \in A$, xem 2-5.1. $\exists^1 x \ p(x)$ được dùng để chỉ ra rằng chỉ có đúng một phần tử để $p(x)$ là đúng. $\exists!$ cũng được dùng cho \exists^1 .

5 Tập hợp

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-5.1 (11-4.1)	$x \in A$	x thuộc A , x là một phần tử của tập A	$A \ni x$ có cùng nghĩa như $x \in A$.
2-5.2 (11-4.2)	$y \notin A$	y không thuộc A , y không phải là một phần tử của tập A	$A \not\ni y$ có cùng nghĩa như $y \notin A$. Gạch phủ định có thể là gạch thẳng.
2-5.3 (11-4.5)	$\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	tập các phần tử x_1, x_2, \dots, x_n	Cũng dùng ký hiệu $\{x_i \mid i \in I\}$, trong đó I là tập các chỉ số.
2-5.4 (11-4.6)	$\{x \in A \mid p(x)\}$	tập các phần tử thuộc A mà ứng với nó mệnh đề $p(x)$ là đúng	Ví dụ: $\{x \in \mathbf{R} \mid x \leq 5\}$ Trong trường hợp rõ ràng tập đang xét là tập A thì có thể dùng ký hiệu $\{x \mid p(x)\}$ (ví dụ $\{x \mid x \leq 5\}$, nếu x rõ ràng là biến của các số thực).
2-5.5 (11-4.7)	$\text{card } A$ $ A $	số phần tử trong A , lực lượng của A	Lực lượng có thể là số siêu hạn. Xem thêm 2-9.16.
2-5.6 (11-4.8)	\emptyset	tập rỗng	
2-5.7 (11-4.18)	$B \subseteq A$	B chứa trong A , B là một tập con của A	Mọi phần tử của B đều thuộc A . \subset cũng được dùng nhưng xem thêm chú thích cho 2-5.8. $A \supseteq B$ có cùng nghĩa như $B \subseteq A$.
2-5.8 (11-4.19)	$B \subset A$	B chứa thực sự trong A , B là tập con thực sự của A	Mọi phần tử của B đều thuộc A , nhưng ít nhất một phần tử của A không thuộc B . Nếu \subset được dùng cho 2-5.7, thì \subsetneq phải được dùng cho 2-5.8. $A \supset B$ có cùng nghĩa như $B \subset A$.
2-5.9 (11-4.24)	$A \cup B$	hợp của A và B	Tập các phần tử thuộc A hoặc thuộc B hoặc thuộc cả A và B . $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
2-5.10 (11-4.26)	$A \cap B$	giao của A và B	Tập các phần tử thuộc cả A và B . $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$
2-5.11 (11-4.25)	$\bigcup_{i=1}^n A_i$ $A_1 \cup A_2 \cup \dots$	hợp của các tập A_1, A_2, \dots, A_n	Tập các phần tử thuộc ít nhất một trong các tập A_1, A_2, \dots, A_n $\bigcup_{i=1}^n A_i, \bigcup_{i \in I} A_i$ cũng được sử

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
	$\cup A_n$		dụng, trong đó I là tập các chỉ số.
2-5.12 (11-4.27)	$\bigcap_{i=1}^n A_i$ $A_1 \cap A_2 \cap \dots$ $\cap A_n$	giao của một nhóm các tập A_1, \dots, A_n	Tập hợp các phần tử thuộc tất cả các tập A_1, A_2, \dots, A_n $\bigcap_{i=1}^n, \bigcap_{i \in I}$ và $\bigcap_{i \in I}$ cũng được sử dụng, trong đó I là tập các chỉ số.
2-5.13 (11-4.28)	$A \setminus B$	hiệu giữa A và B , A trừ B	Tập các phần tử thuộc A nhưng không thuộc B . $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ Không dùng ký hiệu $A - B$. Cũng sử dụng $\complement_A B$. $\complement_A B$ chủ yếu được dùng khi B là tập con của A , và có thể bỏ ký hiệu A trong trường hợp rõ ràng tập đang xét là tập A .
2-5.14 (11-4.30)	(a, b)	cặp có thứ tự a, b , cặp a, b	$(a, b) = (c, d)$ khi và chỉ khi $a = c$ và $b = d$. Nếu dấu phẩy có thể hiểu nhầm là dấu thập phân thì có thể sử dụng dấu chấm phẩy (;) hoặc dấu gạch () làm dấu phân cách.
2-5.15 (11-4.31)	(a_1, a_2, \dots, a_n)	bộ n phần tử có thứ tự	Xem chú thích cho 2-5.14.
2-5.16 (11-4.32)	$A \times B$	tích đêcac của A và B	Tập các cặp có thứ tự (a, b) sao cho $a \in A$ và $b \in B$. $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$
2-5.17 (—)	$\prod_{i=1}^n A_i$ $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$	tích đêcac của các tập A_1, A_2, \dots, A_n	Tập các bộ n phần tử có thứ tự (x_1, x_2, \dots, x_n) sao cho $x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, \dots, x_n \in A_n$. $A \times A \times \dots \times A$ được biểu thị bằng A^n , trong đó n số các thừa số trong tích.
2-5.18 (11-4.33)	id_A	quan hệ đồng nhất trên A , đường chéo của $A \times A$	id_A là tập của tất cả các cặp (x, x) trong đó $x \in A$. Trong trường hợp rõ ràng là tập A thì có thể bỏ chỉ số A .

6 Tập và khoảng số tiêu chuẩn

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-6.1 (11.4.9)	N	tập các số tự nhiên, tập các số nguyên dương và số không	$N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ $N^* = \{1, 2, 3, \dots\}$ Các giới hạn khác có thể được thể hiện một cách rõ ràng như trình bày dưới đây. $N_{>5} = \{n \in N \mid n > 5\}$ Các ký hiệu N và N cũng được sử dụng.
2-6.2 (11.4.10)	Z	tập các số nguyên	$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ $Z^* = \{n \in Z \mid n \neq 0\}$ Các giới hạn khác có thể được thể hiện một cách rõ ràng như trình bày dưới đây. $Z_{\geq -3} = \{n \in Z \mid n \geq -3\}$ Ký hiệu Z cũng được sử dụng.
2-6.3 (11.4.11)	Q	tập các số hữu tỷ	$Q^* = \{r \in Q \mid r \neq 0\}$ Các giới hạn khác có thể được thể hiện một cách rõ ràng như trình bày dưới đây. $Q_{<0} = \{r \in Q \mid r < 0\}$ Các ký hiệu Q và Q cũng được sử dụng.
2-6.4 (11.4.12)	R	tập các số thực	$R^* = \{x \in R \mid x \neq 0\}$ Các giới hạn khác có thể được thể hiện một cách rõ ràng như trình bày dưới đây. $R_{\geq 0} = \{x \in R \mid x \geq 0\}$ Các ký hiệu R và R cũng được sử dụng.
2-6.5 (11.4.13)	C	tập các số phức	$C^* = \{z \in C \mid z \neq 0\}$ Các ký hiệu C và C cũng được sử dụng.
2-6.6 (—)	P	tập các số nguyên tố	$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, \dots\}$ Các ký hiệu P và P cũng được sử dụng.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-6.7 (11.4.14)	$[a, b]$	khoảng đóng từ a đến b (bao gồm cả a và b)	$[a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x \leq b\}$
2-6.8 (11.4.15)	$(a, b]$	khoảng nửa mở bên trái từ a đến b (không bao a nhưng có bao b)	$(a, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x \leq b\}$ Ký hiệu $]a, b]$ cũng được sử dụng.
2-6.9 (11.4.16)	$[a, b)$	khoảng nửa mở bên phải từ a đến b (bao a nhưng không bao b)	$[a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x < b\}$ Ký hiệu $]a, b[$ cũng được sử dụng.
2-6.10 (11.4.17)	(a, b)	khoảng mở từ a đến b (không bao gồm cả a và b)	$(a, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x < b\}$ Ký hiệu $]a, b[$ cũng được sử dụng.
2-6.11 (—)	$(-\infty, b]$	khoảng đóng không giới hạn đến và bao gồm cả b	$(-\infty, b] = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq b\}$ Ký hiệu $] -\infty, b]$ cũng được sử dụng.
2-6.12 (—)	$(-\infty, b)$	khoảng mở không giới hạn đến và không bao gồm b	$(-\infty, b) = \{x \in \mathbf{R} \mid x < b\}$ Ký hiệu $] -\infty, b[$ cũng được sử dụng.
2-6.13 (—)	$[a, +\infty)$	khoảng đóng không giới hạn từ a và bao gồm cả a	$[a, +\infty) = \{x \in \mathbf{R} \mid a \leq x\}$ Ký hiệu $[a, \infty[$, $[a, +\infty[$ và $[a, \infty)$ cũng được sử dụng.
2-6.14 (—)	$(a, +\infty)$	khoảng mở không giới hạn từ a nhưng không bao gồm a	$(a, +\infty) = \{x \in \mathbf{R} \mid a < x\}$ Ký hiệu $]a, +\infty[$, $]a, \infty[$ và (a, ∞) cũng được sử dụng.

7 Dấu và ký hiệu hỗn hợp

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-7.1 (11-5.1)	$a = b$	a bằng b	Có thể dùng dấu \equiv để nhấn mạnh rằng đẳng thức cụ thể là đồng nhất thức. Xem thêm 2-7.18.
2-7.2 (11-5.2)	$a \neq b$	a khác b	Gạch phủ định cũng có thể là gạch thẳng.
2-7.3 (11-5.3)	$a := b$	a theo định nghĩa bằng b	VÍ DỤ: $p := mv$, trong đó p động lượng, m là khối lượng và v là vận tốc. Ký hiệu $=_{\text{def}}$ và \equiv cũng được sử dụng.
2-7.4 (11-5.4)	$a \hat{=} b$	a tương ứng với b	VÍ DỤ: Khi $E = kT$, thì $1 \text{ eV} \hat{=} 11\,604,5 \text{ K}$ Khi 1 cm trên bản đồ tương ứng với độ dài 10 km, thì có thể viết $1 \text{ cm} \hat{=} 10 \text{ km}$. Tương ứng không phải là đối xứng.
2-7.5 (11-5.5)	$a \approx b$	a xấp xỉ bằng b	Xấp xỉ có đủ tin cậy hay không là tùy thuộc vào người sử dụng. "Bằng" không bao gồm trong phép xấp xỉ.
2-7.6 (11-7.7)	$a \simeq b$	a tiệm cận với b	VÍ DỤ: $\frac{1}{\sin(x-a)} \simeq \frac{1}{x-a}$ khi $x \rightarrow a$ (Về $x \rightarrow a$, xem 2-7.16.)
2-7.7 (11-5.6)	$a \sim b$	a tỷ lệ với b	Dấu \sim cũng được dùng đối với quan hệ tương đương. Ký hiệu $a \propto b$ cũng được sử dụng.
2-7.8 (—)	$M \cong N$	M đồng dạng với N , M đẳng cấu với N	M là N các tập điểm (số liệu hình học). Dấu này cũng được dùng cho phép đẳng cấu của cấu trúc toán học.
2-7.9 (11-5.7)	$a < b$	a nhỏ hơn b	
2-7.10 (11-5.8)	$b > a$	b lớn hơn a	

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-7.11 (11-5.9)	$a \leq b$	a nhỏ hơn hoặc bằng b	
2-7.12 (11-5.10)	$b \geq a$	b lớn hơn hoặc bằng a	
2-7.13 (11-5.11)	$a \ll b$	a rất nhỏ so với b	a có đủ nhỏ so với b hay không là tùy thuộc vào người sử dụng.
2-7.14 (11-5.12)	$b \gg a$	b rất lớn so với a	b có đủ lớn so với a hay không là tùy thuộc vào người sử dụng.
2-7.15 (11-5.13)	∞	vô hạn	Ký hiệu này không thể hiện một số nhưng thường là bộ phận của nhiều biểu thức liên quan đến các giới hạn. Các ký hiệu $+\infty$, $-\infty$ cũng được sử dụng.
2-7.16 (11-7.5)	$x \rightarrow a$	x tiến tới a	Ký hiệu này xuất hiện như một bộ phận của nhiều biểu thức liên quan đến các giới hạn. a cũng có thể là ∞ , $+\infty$, hoặc $-\infty$.
2-7.17 (—)	$m \mid n$	m chia n	Đối với các số nguyên m và n : $\exists k \in \mathbb{Z} \ m \cdot k = n$
2-7.18 (—)	$n \equiv k \pmod{m}$	n là đồng dư với $k \pmod{m}$	Đối với các số nguyên n , k và m : $m \mid (n - k)$ Xem thêm 2-7.1.
2-7.19 (1-5.14)	$(a + b)$ $[a + b]$ $\{a + b\}$ $\langle a + b \rangle$	dấu ngoặc đơn dấu ngoặc vuông dấu móc dấu ngoặc nhọn	Chỉ nên sử dụng dấu ngoặc đơn để nhóm, vì các dấu ngoặc và dấu móc có nghĩa riêng trong các lĩnh vực cụ thể. Dấu ngoặc đơn có thể lồng vào nhau mà vẫn không bị lẫn.

8 Hình học sơ cấp

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-8.1 (11-5.15)	$AB \parallel CD$	đường thẳng AB song song với đường thẳng CD	Viết $g \parallel h$ nếu g và h là hai đường thẳng xác định bởi các điểm A và B, điểm C và D, tương ứng. $AB \parallel CD$ cũng được dùng.
2-8.2 (11-5.16)	$AB \perp CD$	đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng CD	Viết $g \perp h$ nếu g và h là hai đường thẳng xác định bởi các điểm A và B, điểm C và D, tương ứng. Trong mặt phẳng, hai đường thẳng này phải cắt nhau.
2-8.3 (—)	$\sphericalangle ABC$	góc ở đỉnh B trong tam giác ABC	Góc này không định hướng, thỏa mãn điều kiện $\sphericalangle ABC = \sphericalangle CBA$ và $0 \leq \sphericalangle ABC \leq \pi \text{ rad}$.
2-8.4 (—)	\overline{AB}	đoạn thẳng từ A đến B	Đoạn thẳng này là tập các điểm giữa A và B trên đường thẳng AB.
2-8.5 (—)	\overrightarrow{AB}	véc tơ từ A đến B	Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì B, nhìn từ A, nằm trên cùng một hướng và khoảng cách như D nhìn từ C. Điều này không kéo theo là $A = C$ và $B = D$.
2-8.6 (—)	$d(A, B)$	khoảng cách giữa điểm A và điểm B	Khoảng cách này là độ dài của đoạn thẳng \overline{AB} và cũng là độ lớn của véc tơ \overrightarrow{AB} .

9 Các phép toán

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-9.1 (11-6.1)	$a + b$	a cộng b	Phép toán này là phép cộng. Dấu + là dấu cộng.
2-9.2 (11-6.2)	$a - b$	a trừ b	Phép toán này là phép trừ. Dấu - là dấu trừ.
2-9.3 (11-6.3)	$a \pm b$	a cộng hoặc trừ b	Đây là sự kết hợp hai giá trị trong một biểu thức.
2-9.4 (11-6.4)	$a \mp b$	a trừ hoặc cộng b	$-(a \pm b) = -a \mp b$
2-9.5 (11-6.5)	$a \cdot b$ $a \times b$ $a b$ ab	a nhân b , a lần b	Phép toán này là phép nhân. Ký hiệu dùng cho phép nhân là dấu chấm giữa dòng (\cdot) hoặc dấu nhân (\times). Có thể bỏ các dấu này nếu không có khả năng hiểu nhầm. Xem thêm 2-5.16, 2-5.17, 2-17.10, 2-17.11, 2-17.22 và 2-17.23 đối với việc sử dụng dấu chấm và dấu nhân trong các tích số khác nhau.
2-9.6 (11-6.6)	$\frac{a}{b}$ a/b	a chia b	$\frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}$ Xem thêm TCVN 7870-1 (ISO 80000-1), 7.1.3. Đối với tỷ số, dấu : cũng được sử dụng. Ví dụ: Tỷ số giữa độ cao h và chiều rộng b của khổ giấy A4 là $h : b = \sqrt{2}$. Không nên sử dụng dấu \div .
2-9.7 (11-6.7)	$\sum_{i=1}^n a_i$	$a_1 + a_2 + \dots + a_n$, tổng của a_1, a_2, \dots, a_n	Ký hiệu $\sum_{i=1}^n a_i$, $\sum_i a_i$, $\sum_i a_i$ và $\sum a_i$ cũng được sử dụng.
2-9.8 (11-6.8)	$\prod_{i=1}^n a_i$	$a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$, tích của a_1, a_2, \dots, a_n	Ký hiệu $\prod_{i=1}^n a_i$, $\prod_i a_i$, $\prod_i a_i$ và $\prod a_i$ cũng được sử dụng.
2-9.9 (11-6.9)	a^p	a lũy thừa p	Diễn đạt bằng lời của a^2 là a bình phương; diễn đạt bằng lời a^3 là a lập phương.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-9.10 (11-6.10)	$a^{1/2}$ \sqrt{a}	a mũ $1/2$, căn bậc hai của a	Nếu $a \geq 0$, thì $\sqrt{a} \geq 0$. Nên tránh sử dụng ký hiệu \sqrt{a} . Xem chú thích của 2-9.11.
2-9.11 (11-6.11)	$a^{1/n}$ $\sqrt[n]{a}$	a mũ $1/n$, căn bậc n của a	Nếu $a \geq 0$, thì $\sqrt[n]{a} \geq 0$. Nên tránh sử dụng ký hiệu $\sqrt[n]{a}$. Nếu dùng ký hiệu $\sqrt[n]{a}$ hoặc $\sqrt{\quad}$ cho một biểu thức tổng hợp thì phải dùng dấu ngoặc đơn để tránh nhầm lẫn.
2-9.12 (11-6.14)	\bar{x} $\langle x \rangle$ \bar{x}_a	giá trị trung bình của x , trung bình số học của x	Giá trị trung bình thu được bằng các phương pháp khác là - trung bình điều hòa biểu thị bằng chỉ số h , - trung bình hình học biểu thị bằng chỉ số g , - trung bình toàn phương, biểu thị bằng chỉ số q hoặc rms. Chỉ có thể bỏ chỉ số trong trường hợp trung bình số học. Trong toán học \bar{x} còn được dùng cho liên hợp phức của x ; xem 2-14.6.
2-9.13 (11-6.13)	$\text{sgn } a$	dấu của a	Với số thực a : $\text{dấu của } a = \begin{cases} 1 & \text{nếu } a > 0 \\ 0 & \text{nếu } a = 0 \\ -1 & \text{nếu } a < 0 \end{cases}$ Xem thêm mục 2-14.7.
2-9.14 (—)	$\inf M$	cận dưới của M	Giới hạn dưới lớn nhất của tập không rỗng các số bị chặn từ bên dưới.
2-9.15 (—)	$\sup M$	cận trên của M	Giới hạn trên nhỏ nhất của một tập không rỗng các số bị chặn từ phía trên.
2-9.16 (11-6.12)	$ a $	giá trị tuyệt đối của a , mô đun của a , độ lớn của a	Ký hiệu $\text{abs } a$ cũng được sử dụng. Giá trị tuyệt đối của số thực a . Mô đun của số phức a ; xem 2-14.4. Độ lớn của vectơ a ; xem 2-17.4. Xem thêm 2-5.5.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-9.17 (11-6.17)	$\lfloor a \rfloor$	sàn a , số nguyên lớn nhất nhỏ hơn hoặc bằng số thực a	Ký hiệu ent a cũng được sử dụng. Ví dụ: $\lfloor 2,4 \rfloor = 2$ $\lfloor -2,4 \rfloor = -3$
2-9.18 (—)	$\lceil a \rceil$	trần a , số nguyên nhỏ nhất lớn hơn hoặc bằng số thực a	Ví dụ: $\lceil 2,4 \rceil = 3$ $\lceil -2,4 \rceil = -2$
2-9.19 (—)	$\text{int } a$	phần nguyên của số thực a	$\text{int } a = \text{sgn } a \cdot \lfloor a \rfloor$ Ví dụ: $\text{int}(2,4) = 2$ $\text{int}(-2,4) = -2$
2-9.20 (—)	$\text{frac } a$	phần thập phân của số thực a	$\text{frac } a = a - \text{int } a$ Ví dụ: $\text{frac}(2,4) = 0,4$ $\text{frac}(-2,4) = -0,4$
2-9.21 (—)	$\min(a, b)$	giá trị nhỏ nhất của a và b	Phép toán tổng quát hóa cho nhiều số và các tập số. Tuy nhiên, một tập vô hạn các số không nhất thiết có phần tử nhỏ nhất.
2-9.22 (—)	$\max(a, b)$	giá trị lớn nhất của a và b	Phép toán tổng quát hóa cho nhiều số và các tập số. Tuy nhiên, một tập vô hạn các số không nhất thiết có phần tử lớn nhất.

10 Tổ hợp

Trong điều này, n và k là các số tự nhiên, với $k \leq n$.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-10.1 (11-6.15)	$n!$	giai thừa	$n! = \prod_{k=1}^n k = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ ($n > 0$) $0! = 1$
2-10.2 (—)	$a^{\bar{k}}$ $[a]_k$	giai thừa giảm	$a^{\bar{k}} = a \cdot (a-1) \cdot \dots \cdot (a-k+1)$ ($k > 0$) $a^{\bar{0}} = 1$ a có thể là số phức. Đối với số tự nhiên n : $n^{\bar{k}} = \frac{n!}{(n-k)!}$
2-10.3 (—)	$a^{\bar{k}}$ $(a)_k$	giai thừa tăng	$a^{\bar{k}} = a \cdot (a+1) \cdot \dots \cdot (a+k-1)$ ($k > 0$) $a^{\bar{0}} = 1$ a có thể là số phức. Đối với số tự nhiên n : $n^{\bar{k}} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)!}$ $(a)_k$ được gọi là ký hiệu Pochhammer trong lý thuyết về hàm đặc biệt. Tuy nhiên, trong tổ hợp và thống kê, thường sử dụng cùng ký hiệu với giai thừa giảm.
2-10.4 (11-6.16)	$\binom{n}{k}$	hệ số nhị thức	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ($0 \leq k \leq n$)
2-10.5 (—)	B_n	Số Bernoulli	$B_n = -\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n+1}{k} B_k$ ($n > 0$) $B_0 = 1$ $B_1 = -1/2, B_{2n+3} = 0$
2-10.6 (11-6.16)	C_n^k	tổ hợp không lặp	$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
2-10.7 (—)	${}^R C_n^k$	tổ hợp lặp	${}^R C_n^k = \binom{n+k-1}{k}$
2-10.8 (—)	V_n^k	chuyển vị không lặp	$V_n^k = n^{\bar{k}} = \frac{n!}{(n-k)!}$ Thuật ngữ "hoán vị" được dùng khi $n = k$.
2-10.9 (—)	${}^R V_n^k$	chuyển vị lặp	${}^R V_n^k = n^k$

11 Hàm số

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-11.1 (11-7.1)	f, g, h, \dots	hàm số	Một hàm số ẩn định cho đối số bất kỳ trong miền xác định của hàm đó một giá trị duy nhất thuộc miền giá trị.
2-11.2 (11-7.2)	$f(x)$ $f(x_1, \dots, x_n)$	giá trị của hàm số f đối với đối số x hoặc đối số (x_1, \dots, x_n) tương ứng	Một hàm số có miền xác định là tập các bộ n số là hàm n biến.
2-11.3 (—)	$f: A \rightarrow B$	f ánh xạ A vào B	Hàm f có miền xác định A và nhận giá trị B .
2-11.4 (—)	$f: x \mapsto T(x)$, $x \in A$	f là hàm số ánh xạ mọi $x \in A$ thành $T(x)$	$T(x)$ là biểu thức xác định chỉ ra giá trị của hàm f với đối số x . Vì $f(x) = T(x)$, biểu thức xác định thường được dùng như ký hiệu cho hàm f . Ví DỤ: $f: x \mapsto 3x^2, x \in [0; 2]$ f là hàm số (phụ thuộc vào tham số y) xác định trong khoảng qui định bởi biểu thức $3x^2y$.
2-11.5 (—)	$x \xrightarrow{f} y$	$f(x) = y$, f ánh xạ x lên y	Ví DỤ: $\pi \xrightarrow{\cos} -1$
2-11.6 (11-7.3)	$f \Big _a^b$ $f(\dots, u, \dots) \Big _{u=a}^{u=b}$	$f(b) - f(a)$ $f(\dots, b, \dots) - f(\dots, a, \dots)$	Ký hiệu này chủ yếu được dùng khi tính tích phân xác định.
2-11.7 (11-7.4)	$g \circ f$	hàm hợp của f và g , g hợp f	$(g \circ f)(x) = g(f(x))$ Trong tổ hợp $g \circ f$, hàm g được áp dụng sau hàm f .
2-11.8 (11-7.6)	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	giới hạn của $f(x)$ khi x tiến đến a	$f(x) \rightarrow b$ khi $x \rightarrow a$ có thể viết $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$. Giới hạn "từ bên phải" ($x > a$) và "từ bên trái" ($x < a$) được biểu diễn tương ứng bằng $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ và $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$.
2-11.9 (11-7.8)	$f(x) = O(g(x))$	$f(x)$ là O lớn của $g(x)$, $ f(x)/g(x) $ bị chặn từ phía trên trong giới hạn hàm ý theo ngữ cảnh, $f(x)$ có cùng bậc hoặc bậc thấp hơn so với $g(x)$	Dấu "=" được dùng ở đây vì lý do lịch sử và không có nghĩa bằng do không áp dụng chuyển đổi. Ví DỤ: $\sin x = O(x)$, khi $x \rightarrow 0$
2-11.10 (11-7.9)	$f(x) = o(g(x))$	$f(x)$ là o nhỏ $g(x)$, $f(x)/g(x) \rightarrow 0$ trong giới hạn hàm ý theo ngữ cảnh, $f(x)$ có bậc cao hơn bậc của $g(x)$	Dấu "=" được dùng ở đây vì lý do lịch sử và không có nghĩa bằng do không áp dụng chuyển đổi. Ví DỤ: $\cos x = 1 + o(x)$, khi $x \rightarrow 0$

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-11.11 (11-7.10)	Δf	delta f , số gia hữu hạn của f	Hiệu giữa hai giá trị hàm số hàm y theo ngữ cảnh. Ví DỤ: $\Delta x = x_2 - x_1$ $\Delta f = f(x_2) - f(x_1)$
2-11.12 (11-7.11)	$\frac{df}{dx}$ df/dx f'	đạo hàm của hàm số f theo x	Chỉ dùng cho các hàm số một biến. $\frac{df(x)}{dx}$, $df(x)/dx$, $f'(x)$ và Df cũng được sử dụng. Nếu biến độc lập là thời gian t , thì \dot{f} cũng được dùng cho f' .
2-11.13 (11-7.12)	$\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$ $(df/dx)_{x=a}$ $f'(a)$	giá trị của đạo hàm của hàm f tại $x = a$	
2-11.14 (11-7.13)	$\frac{d^n f}{dx^n}$ $d^n f/dx^n$ $f^{(n)}$	đạo hàm bậc n của hàm f theo x	Chỉ dùng cho các hàm số một biến. $\frac{d^n f(x)}{dx^n}$, $d^n f(x)/dx^n$, $f^{(n)}(x)$ and $D^n f$ cũng được sử dụng. f'' và f''' cũng được dùng tương ứng cho $f^{(2)}$ và $f^{(3)}$. Nếu biến độc lập là thời gian t , thì $f^{(n)}$ cũng được dùng cho $f^{(n)}$.
2-11.15 (11-7.14)	$\frac{\partial f}{\partial x}$ $\partial f/\partial x$ $\partial_x f$	đạo hàm riêng của hàm f theo x	Chỉ sử dụng cho các hàm nhiều biến. $\frac{\partial f(x,y,\dots)}{\partial x}$, $\partial f(x,y,\dots)/\partial x$ $\partial_x f(x,y,\dots)$ và $D_x f(x,y,\dots)$ cũng được sử dụng. Các biến độc lập còn lại có thể được chỉ ra bằng chỉ số dưới, ví dụ $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y,\dots}$. Ký hiệu đạo hàm riêng này được mở rộng cho các đạo hàm bậc cao hơn, ví dụ: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)$ Các ký hiệu khác, ví dụ $f_{xy} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)$, cũng được sử dụng

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-11.16 (11-7.15)	df	vi phân toàn phần của hàm f	$df(x, y, \dots) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \dots$
2-11.17 (11-7.16)	δf	biến phân vô cùng bé của hàm f	
2-11.18 (11-7.17)	$\int f(x) dx$	tích phân bất định của hàm f	
2-11.19 (11-7.18)	$\int_a^b f(x) dx$	tích phân xác định của hàm f từ a đến b	<p>Đây là trường hợp đơn giản của hàm số xác định trong một khoảng. Cũng có thể tính tích phân của các hàm số xác định trong các lĩnh vực chung hơn. Các ký hiệu đặc biệt, ví dụ: \int_C, \int_S, \int_V được dùng cho tích phân đường cong C, mặt S, miền ba chiều V và đường cong khép kín hoặc mặt kín, tương ứng.</p> <p>Đa tích phân \iiint, \iiint, \dots cũng được sử dụng.</p>
2-11.20 (—)	$\int_a^b f(x) dx$	Giá trị chính Cauchy của tích phân của f với f kỳ dị tại c	$\lim_{\delta \rightarrow 0^+} \left(\int_a^{c-\delta} f(x) dx + \int_{c+\delta}^b f(x) dx \right)$ <p>trong đó $a < c < b$</p>
2-11.21 (—)	$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$	Giá trị chính Cauchy của tích phân của f	$\lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a f(x) dx$

12 Hàm mũ và hàm loga

Có thể sử dụng biến số phức, đặc biệt là đối với cơ số e.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-12.1 (11-8.2)	e	cơ số của loga tự nhiên	$e := \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2,718\ 281\ 8\dots$
2-12.2 (11-8.1)	a^x	a mũ x, hàm mũ theo cơ số a của x	Xem thêm 2-9.9.
2-12.3 (11-8.3)	e^x $\exp x$	e mũ x, hàm mũ theo cơ số e của x	Xem 2-14.5.
2-12.4 (11-8.4)	$\log_a x$	loga cơ số a của x	log x được dùng khi không cần thiết phải ghi rõ cơ số.
2-12.5 (11-8.5)	$\ln x$	loga tự nhiên của x	$\ln x = \log_e x$ log x không được dùng thay cho $\ln x$, $\lg x$, $\text{lb } x$ hoặc $\log_e x$, $\log_{10} x$, $\log_2 x$.
2-12.6 (11-8.6)	$\lg x$	loga thập phân của x, loga chung của x	$\lg x = \log_{10} x$ Xem chú thích của 2-12.5.
2-12.7 (11-8.7)	$\text{lb } x$	loga nhị phân của x	$\text{lb } x = \log_2 x$ Xem chú thích của 2-12.5.

13 Hàm số vòng và hàm hypecbol

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-13.1 (11-9.1)	π	tỷ số giữa chu vi hình tròn và đường kính của nó	$\pi = 3,141\,592\,6\dots$
2-13.2 (11-9.2)	$\sin x$	sin của x	$\sin x = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ $\sin x = x - x^3/3! + \dots (\sin x)^n, (\cos x)^n, \dots,$ thường được viết là $\sin^n x, \cos^n x, \dots$
2-13.3 (11-9.3)	$\cos x$	cosin của x	$\cos x = \sin(x + \pi/2)$
2-13.4 (11-9.4)	$\tan x$	tang của x	$\tan x = \sin x / \cos x$ không nên dùng tg x .
2-13.5 (11-9.5)	$\cot x$	cotang của x	$\cot x = 1/\tan x$ không nên dùng ctg x .
2-13.6 (11-9.6)	$\sec x$	sec của x	$\sec x = 1/\cos x$
2-13.7 (11-9.7)	$\csc x$	cosec của x	$\csc x = 1/\sin x$ cosec x cũng được dùng.
2-13.8 (11-9.8)	$\arcsin x$	arc sin của x	$y = \arcsin x \Leftrightarrow x = \sin y,$ $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ Hàm arcsin là hàm ngược của hàm sin với miền giới hạn như trên.
2-13.9 (11-9.9)	$\arccos x$	arc cosin của x	$y = \arccos x \Leftrightarrow x = \cos y, 0 \leq y \leq \pi$ Hàm arccos là hàm ngược của hàm cos với miền giới hạn như trên.
2-13.10 (11-9.10)	$\arctan x$	arc tang của x	$y = \arctan x \Leftrightarrow x = \tan y,$ $-\pi/2 < y < \pi/2$ Hàm arctan là hàm ngược của hàm tan với miền giới hạn như trên. Không nên sử dụng arctg x .
2-13.11 (11-9.11)	$\operatorname{arccot} x$	arc cotang của x	$y = \operatorname{arccot} x \Leftrightarrow x = \cot y, 0 < y < \pi$ Hàm arccot là hàm ngược của hàm cot với miền giới hạn như trên. Không nên sử dụng arcctg x .
2-13.12 (11-9.12)	$\operatorname{arcsec} x$	arc sec của x	$y = \operatorname{arcsec} x \Leftrightarrow x = \sec y,$ $0 \leq y \leq \pi, y \neq \pi/2$ Hàm arcsec là hàm ngược của hàm sec với miền giới hạn như trên.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-13.13 (11-9.13)	$\operatorname{arccsc} x$	arc cosec của x	$y = \operatorname{arccsc} x \Leftrightarrow x = \operatorname{csc} y$, $(-\pi/2 \leq y \leq \pi/2, y \neq 0)$ Hàm arccsc là hàm ngược của hàm csc với miền giới hạn như trên. Nên tránh sử dụng $\operatorname{arccosec} x$.
2-13.14 (11-9.14)	$\sinh x$	sin hypebol của x	$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ $\sinh x = x + x^3/3! + \dots$ Nên tránh sử dụng $\operatorname{sh} x$.
2-13.15 (11-9.15)	$\cosh x$	cosin hypebol của x	$\cosh^2 x = \sinh^2 x + 1$ Nên tránh sử dụng $\operatorname{ch} x$.
2-13.16 (11-9.16)	$\tanh x$	tang hypebol của x	$\tanh x = \sinh x / \cosh x$ Nên tránh sử dụng $\operatorname{th} x$.
2-13.17 (11-9.1)	$\operatorname{coth} x$	cotang hypebol của x	$\operatorname{coth} x = 1 / \tanh x$
2-13.18 (11-9.18)	$\operatorname{sech} x$	sec hypebol của x	$\operatorname{sech} x = 1 / \cosh x$
2-13.19 (11-9.19)	$\operatorname{csch} x$	cosec hypebol của x	$\operatorname{csch} x = 1 / \sinh x$ Nên tránh sử dụng $\operatorname{cosech} x$.
2-13.20 (11-9.20)	$\operatorname{arsinh} x$	hàm ngược của sin hypebol của x , miền sin hypebol của x	$y = \operatorname{arsinh} x \Leftrightarrow x = \sinh y$ Hàm arsinh là hàm ngược của hàm \sinh . Nên tránh sử dụng $\operatorname{arsh} x$.
2-13.21 (11-9.21)	$\operatorname{arcosh} x$	hàm ngược cosin hypebol của x , miền cosin hypebol của x	$y = \operatorname{arcosh} x \Leftrightarrow x = \cosh y, y \geq 0$ Hàm arcosh là hàm ngược của hàm \cosh với miền giới hạn như trên. Nên tránh sử dụng $\operatorname{arch} x$.
2-13.22 (11-9.22)	$\operatorname{artanh} x$	hàm ngược tang hypebol của x , miền tang hypebol của x	$y = \operatorname{artanh} x \Leftrightarrow x = \tanh y$ Hàm artanh là hàm ngược của hàm \tanh . Nên tránh sử dụng $\operatorname{arth} x$.
2-13.23 (11-9.23)	$\operatorname{arcoth} x$	hàm ngược cotang hypebol của x , miền cotang hypebol của x	$y = \operatorname{arcoth} x \Leftrightarrow x = \operatorname{coth} y, y \neq 0$ Hàm arcoth là hàm ngược của hàm coth với miền giới hạn như trên.
2-13.24 (11-9.24)	$\operatorname{arsech} x$	hàm ngược sec hypebol của x , diện tích sec hypebol của x	$y = \operatorname{arsech} x \Leftrightarrow x = \operatorname{sech} y, y \geq 0$ Hàm arsech là hàm ngược của hàm sech với miền giới hạn như trên.
2-13.25 (11-9.25)	$\operatorname{arcsch} x$	hàm ngược cosec hypebol của x , miền cosec hypebol của x	$y = \operatorname{arcsch} x \Leftrightarrow x = \operatorname{csch} y, y \geq 0$ Hàm arcsch là hàm ngược của hàm csch Nên tránh sử dụng $\operatorname{ar cosech} x$.

14 Số phức

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-14.1 (11-10.1)	i j	đơn vị ảo	$i^2 = j^2 = -1$ i được dùng trong toán học và vật lý, j được dùng trong kỹ thuật điện.
2-14.2 (11-10.2)	$\operatorname{Re} z$	phần thực của z	$z = x + iy$ trong đó x và y là các số thực. $x = \operatorname{Re} z$ và $y = \operatorname{Im} z$.
2-14.3 (11-10.3)	$\operatorname{Im} z$	phần ảo của z	Xem 2-14.2.
2-14.4 (11-10.4)	$ z $	modun của z	$ z = \sqrt{x^2 + y^2}$ trong đó $x = \operatorname{Re} z$ và $y = \operatorname{Im} z$. Xem thêm 2-9.16.
2-14.5 (11-10.5)	$\arg z$	góc cực của z	$z = r e^{i\varphi}$ trong đó $r = z $ và $\varphi = \arg z$, $-\pi < \varphi \leq \pi$ nghĩa là $\operatorname{Re} z = r \cos \varphi$ và $\operatorname{Im} z = r \sin \varphi$.
2-14.6 (11-10.6)	\bar{z} z^*	liên hợp phức của z	\bar{z} chủ yếu dùng trong toán học, z^* chủ yếu dùng trong vật lý và kỹ thuật.
2-14.7 (11-10.7)	$\operatorname{sgn} z$	dấu của z	$\operatorname{sgn} z = z / z = \exp(i \arg z) \quad (z \neq 0)$ $\operatorname{sgn} z = 0$ đối với $z = 0$ Xem thêm mục 2-9.13.

15 Ma trận

Ma trận thường được viết bằng chữ hoa đậm, nghiêng, còn các phần tử của ma trận được viết bằng chữ thường nghiêng, tuy nhiên, các dạng chữ khác cũng được sử dụng.

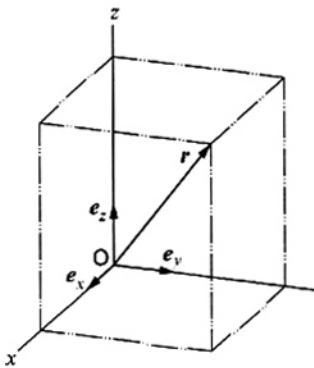
Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-15.1 (11-11.1)	A $\begin{pmatrix} A_{11} \wedge A_{1n} \\ M \ M \ M \\ A_{m1} \wedge A_{mn} \end{pmatrix}$	Ma trận A kiểu m nhân n	A là ma trận với các phần tử $a_{ij} = (A)_{ij}$. m là số hàng và n là số cột. $A = (a_{ij})$ cũng được sử dụng. Dấu ngoặc vuông cũng được dùng thay cho dấu ngoặc đơn.
2-15.2 (—)	$A + B$	tổng của ma trận A và B	$(A + B)_{ij} = (A)_{ij} + (B)_{ij}$ Ma trận A và B phải có cùng số hàng và số cột.
2-15.3 (—)	$x A$	tích của đại lượng vô hướng x và ma trận A	$(x A)_{ij} = x (A)_{ij}$
2-15.4 (11-11.2)	AB	tích của ma trận A và B	$(AB)_{ik} = \sum_j (A)_{ij} (B)_{jk}$ Số cột của A phải bằng số hàng của B .
2-15.5 (11-11.3)	E I	ma trận đơn vị	Ma trận vuông bất kỳ có $(E)_{ik} = \delta_{ik}$. Xem 2-17.9.
2-15.6 (11-11.4)	A^{-1}	ma trận nghịch đảo của ma trận vuông A	$AA^{-1} = A^{-1}A = E$
2-15.7 (11-11.5)	A^T	ma trận chuyển vị của A	$(A^T)_{ik} = (A)_{ki}$
2-15.8 (11-11.6)	\bar{A} A^*	ma trận liên hợp phức của A	$(\bar{A})_{ik} = \overline{(A)_{ik}}$ \bar{A} được dùng trong toán học, A^* được dùng trong vật lý và kỹ thuật điện.
2-15.9 (11-11.7)	A^H	ma trận liên hợp Hermite của A	$A^H = (\bar{A})^T$ Thuật ngữ "ma trận tiếp giáp" cũng được sử dụng. A^* và A^* cũng được dùng cho A^H .
2-15.10 (11-11.8)	$\det A$ $\begin{vmatrix} A_{11} \wedge A_{1n} \\ M \ M \\ A_{n1} \wedge A_{nn} \end{vmatrix}$	định thức của ma trận vuông A	

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-15.11 (—)	$\text{rank } A$	hạng của ma trận A	Hạng của ma trận A là số hàng độc lập tuyến tính của A . Nó cũng bằng số cột độc lập tuyến tính của A .
2-15.12 (11-11.9)	$\text{tr } A$	vết của ma trận vuông A	$\text{tr } A = \sum_i (A)_{ii}$
2-15.13 (11-11.10)	$\ A\ $	chuẩn của ma trận A	Chuẩn của ma trận A là số đặc trưng cho ma trận này và thỏa mãn bất đẳng thức tam giác: nếu $A + B = C$, thì $\ A\ + \ B\ \geq \ C\ $. Các chuẩn ma trận khác nhau cũng được sử dụng.

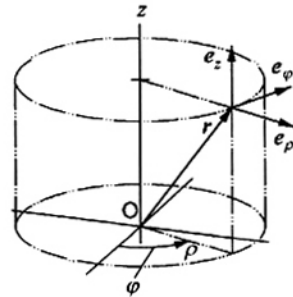
16 Hệ tọa độ

Số mục	Các tọa độ	Vị trí vectơ và vi phân của nó	Tên của hệ tọa độ	Chú thích
2-16.1 (11-12.1)	x, y, z	$r = xe_x + ye_y + ze_z$ $dr = dx e_x + dy e_y + dz e_z$	tọa độ Đêcac	x_1, x_2, x_3 đối với tọa độ và e_1, e_2, e_3 đối với vectơ cơ sở cũng được sử dụng. Ký hiệu này để tổng quát cho không gian n chiều. e_x, e_y, e_z tạo thành một hệ trục chuẩn thuận. Xem các Hình 1 và 4. Đối với vectơ cơ sở, i, j, k cũng được sử dụng.
2-16.2 (11-12.2)	ρ, φ, z	$r = \rho e_\rho + z e_z$ $dr = d\rho e_\rho + \rho d\varphi e_\varphi + dz e_z$	tọa độ trụ	$e_\rho(\varphi), e_\varphi(\varphi), e_z$ tạo thành một hệ trục chuẩn thuận. Xem Hình 2. Nếu $z = 0$, thì ρ và φ là các tọa độ cực.
2-16.3 (11-12.3)	r, ϑ, φ	$r = r e_r$ $dr = dr e_r + r d\vartheta e_\vartheta + r \sin \vartheta d\varphi e_\varphi$	tọa độ cầu	$e_r(\vartheta, \varphi), e_\vartheta(\vartheta, \varphi), e_\varphi(\vartheta, \varphi)$ tạo thành một hệ trục chuẩn thuận. Xem Hình 3.

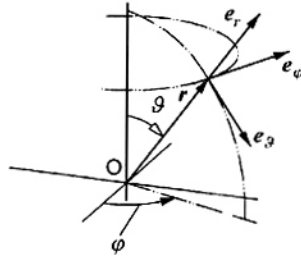
CHÚ THÍCH: Nếu, trường hợp ngoại lệ, sử dụng hệ nghịch (xem Hình 5) thay cho hệ thuận (xem Hình 4) vì mục đích nhất định, thì phải nêu rõ để tránh sai dấu.



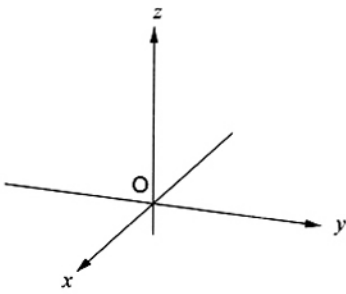
Hình 1 – Hệ tọa độ Đêcac thuận



Hình 2 – Hệ tọa độ trụ thuận

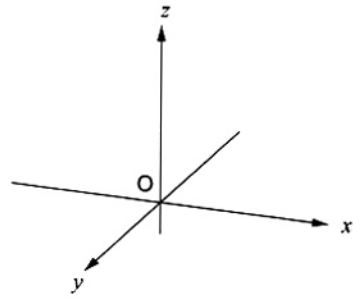


Hình 3 – Hệ tọa độ cầu thuận



Trục x hướng về phía người đọc.

Hình 4 – Hệ tọa độ thuận



Trục y hướng về phía người đọc.

Hình 5 – Hệ tọa độ nghịch

17 Đại lượng vô hướng, vectơ và tenxơ

Các đại lượng vô hướng, vectơ và tenxơ là các đối tượng toán học có thể dùng để biểu thị các đại lượng vật lý nhất định và giá trị của chúng. Chúng không phụ thuộc vào lựa chọn cụ thể của hệ tọa độ, trong khi mỗi thành phần của một vectơ hoặc tenxơ và từng vectơ thành phần và tenxơ thành phần lại phụ thuộc vào lựa chọn đó.

Điều quan trọng là phân biệt được giữa các thành phần của vectơ a đối với một số vectơ cơ sở, nghĩa là giá trị đại lượng, a_x , a_y và a_z , với "các vectơ thành phần", nghĩa là $a_x e_x$, $a_y e_y$ và $a_z e_z$. Cần chú ý không nhầm lẫn giữa các thành phần của một vectơ với các vectơ thành phần. Các thành phần của một vectơ thường được gọi là tọa độ của vectơ.

Các thành phần Đêcac của vectơ vị trí bằng các thành phần Đêcac của điểm cho bởi vectơ đó.

Thay cho việc coi từng thành phần như một giá trị đại lượng vật lý (nghĩa là một trị số nhân với một đơn vị) thì có thể viết vectơ như một vectơ trị số nhân với một đơn vị. Tất cả các đơn vị đều là vô hướng.

VÍ DỤ:

$F = (3 \text{ N}, -2 \text{ N}, 5 \text{ N}) = (3, -2, 5) \text{ N}$ (trong tọa độ Đêcac)

trong đó:

F là lực;

3 N là thành phần đầu tiên, ví dụ F_x , của vectơ F có trị số là 3 và đơn vị N (các thành phần còn lại là 2 N và 5 N);

$(3, -2, 5)$ là vectơ trị số và N là đơn vị.

Áp dụng xem xét tương tự với tenxơ bậc hai và bậc cao hơn.

Trong điều này chỉ xét đến các tọa độ Đêcac (trục chuẩn) trong không gian thường. Các trường hợp tổng quát đòi hỏi biểu diễn hiệp biến và nghịch biến không được xét đến ở đây. Các tọa độ Đêcac được ký hiệu là x, y, z hoặc x_1, x_2, x_3 . Trong trường hợp dùng chỉ số, các chỉ số i, j, k, l biến thiên từ 1 đến 3 và sử dụng qui ước lấy tổng sau đây:

nếu chỉ số xuất hiện hai lần trong một số hạng thì tổng được lấy trên miền biến thiên của chỉ số như đã biết, và có thể bỏ ký hiệu Σ .

Vô hướng là tenxơ bậc không và vectơ là tenxơ bậc một.

Vectơ và tenxơ thường được biểu diễn bằng các ký hiệu chung cho các thành phần của chúng, ví dụ a_i cho vectơ, T_{ij} cho tenxơ bậc hai và $a_i b_j$ cho tích nhị thức.

Chữ viết tắt "cycl" có nghĩa là hoán vị vòng quanh của các thành phần và chỉ số. Thay cho việc viết ba công thức thành phần tương tự nhau thì chỉ cần viết một công thức là đủ, hai công thức còn lại tiếp sau bằng cycl, cycl.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-17.1 (11-13.1)	\vec{a} \underline{a}	vector a	Có thể sử dụng ký hiệu chữ có mũi tên trên đầu thay cho kiểu chữ đậm để chỉ thị vector.
2-17.2 (—)	$a + b$	tổng của vector a và b	$(a + b)_i = a_i + b_i$
2-17.3 (—)	xa	tích của một số, lượng vô hướng hoặc thành phần x với vector a	$(xa)_i = xa_i$
2-17.4 (11-13.2)	$ a $, a	độ lớn của vector a , chuẩn của vector a	$ a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$ $\ a\ $ cũng được dùng. Xem thêm 2-9.16.
2-17.5 (—)	$\vec{0}$ $\underline{0}$	vector không	Vector không có độ lớn bằng 0.
2-17.6 (11-13.3)	e_a	vector đơn vị theo phương của a	$e_a = a/ a $, $a \neq 0$ $a = a e_a$
2-17.7 (11-13.4)	e_x, e_y, e_z e_1, e_2, e_3	vector đơn vị theo hướng của các trục tọa độ Đêcac	i, j, k cũng được dùng.
2-17.8 (11-13.5)	a_x, a_y, a_z a_i	các thành phần Đêcac của vector a	$a = a_x e_x + a_y e_y + a_z e_z$ a_x, e_x, \dots , là các vector thành phần. Trong trường hợp các vector cơ sở là đã biết thì vector có thể viết là $a = (a_x, a_y, a_z)$. $a_x = a \cdot e_x$, cycl, cycl $r = x e_x + y e_y + z e_z$ là vector vị trí (vector bán kính) của điểm đó với các tọa độ x, y, z .
2-17.9 (11-7.19)	δ_{ik}	ký hiệu delta Kronecker	$\delta_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{với } i = k \\ 1 & \text{với } i \neq k \end{cases}$
2-17.10 (11-7.20)	ϵ_{ijk}	ký hiệu Levi-Civita	$\epsilon_{123} = \epsilon_{231} = \epsilon_{312} = 1$ $\epsilon_{132} = \epsilon_{321} = \epsilon_{213} = -1$ Mọi trường hợp khác ϵ_{ijk} bằng 0.
2-17.11 (11-13.6)	$a \cdot b$	tích vô hướng của a và b	$a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$ $a \cdot b = \sum_i a_i b_i$ $a \cdot a = a^2 = a ^2 = a^2$ Trong các lĩnh vực đặc biệt, (a, b) cũng được dùng.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-17.12 (11-13.7)	$a \times b$	tích vector của a và b	Trong hệ tọa độ Đêcac thuận, các thành phần là $(a \times b)_x = a_y b_z - a_z b_y$, cycl, cycl. $(a \times b)_i = \sum_j \sum_k \varepsilon_{ijk} a_j b_k$ Xem 2-17.9.
2-17.13 (11-13.8)	∇ $\frac{\partial}{\partial x}$ $\frac{\partial}{\partial y}$ $\frac{\partial}{\partial z}$	toán tử nabra	$\nabla = e_x \frac{\partial}{\partial x} + e_y \frac{\partial}{\partial y} + e_z \frac{\partial}{\partial z} =$ $\sum_i e_i \frac{\partial}{\partial x_i}$ Toán tử này còn được gọi là "toán tử del".
2-17.14 (11-13.9)	$\nabla \varphi$ grad φ	gradien của φ	$\nabla \varphi = \sum_i e_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$ Cần tránh viết toán tử grad trong mặt mỏng.
2-17.15 (11-13.10)	$\nabla \cdot a$ div a	div của a	$\nabla \cdot a = \sum_i \frac{\partial a_i}{\partial x_i}$
2-17.16 (11-13.11)	$\nabla \times a$ rot a	rot của a	Các thành phần là $(\nabla \times a)_x = \frac{\partial a_z}{\partial a_y} - \frac{\partial a_y}{\partial a_z}$, cycl, cycl Phải tránh phép toán rot mặt cong và mỏng. $(\nabla \times a)_i = \sum_j \sum_k \varepsilon_{ijk} \frac{\partial a_k}{\partial x_j}$ Xem 2-17.10.
2-17.17 (11-13.12)	∇^2 Δ	toán tử Laplace	$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$
2-17.18 (11-13.13)	\square	toán tử Dalember	$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$
2-17.19 (11-13.14)	\mathcal{T} $\frac{\beta}{\mathcal{T}}$	tenxơ \mathcal{T} bậc hai	Để biểu thị tenxơ bậc hai, có thể dùng hai mũi tên trên chữ cái thay cho kiểu chữ không chân in đậm.
2-17.20 (11-13.15)	$T_{xx}, T_{xy}, \dots, T_{zz}$ $T_{11}, T_{12}, \dots,$ T_{33}	thành phần Đêcac của tenxơ \mathcal{T}	$\mathcal{T} = T_{xx} e_x e_x + T_{xy} e_x e_y + \dots + T_{zz} e_z e_z$, là các tenxơ thành phần. Khi các vector cơ sở đã biết rõ, có thể viết $\mathcal{T} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{pmatrix}$

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-17.21 (11-13.16)	ab $a \otimes b$	tích nhị nguyên, tích tenxơ của hai vectơ a và b	tenxơ bậc hai với các thành phần $(ab)_{ij}$ $= a_i b_j$
2-17.22 (11-13.17)	$T \otimes S$	tích tenxơ của hai tenxơ bậc hai T và S	tenxơ bậc bốn với các thành phần $(T \otimes S)_{ijkl} = T_{ij} S_{kl}$
2-17.23 (11-13.18)	$T \cdot S$	tích nội của hai tenxơ bậc hai T và S	tenxơ bậc hai với các thành phần $(T \cdot S)_{ik} = \sum_j T_{ij} S_{jk}$
2-17.24 (11-13.19)	$T \cdot a$	tích nội của tenxơ bậc hai T và vectơ a	vectơ với các thành phần $(T \cdot a)_i = \sum_j T_{ij} a_j$
2-17.25 (11-13.20)	$T : S$	tích vô hướng của hai tenxơ bậc hai T và S	lượng vô hướng $T : S = \sum_i \sum_j T_{ij} S_{ji}$

18 Phép biến đổi

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-18.1 (—)	$\mathcal{F}f$	phép biến đổi Fourier của f	$(\mathcal{F}f)(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (\omega \in \mathbf{R})$ <p>Thường ký hiệu bằng $\mathcal{F}(\omega)$.</p> $(\mathcal{F}f)(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt$ <p>cũng được dùng.</p>
2-18.2 (—)	$\mathcal{L}f$	phép biến đổi Laplace của f	$(\mathcal{L}f)(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (s \in \mathbf{C})$ <p>Thường ký hiệu bằng $\mathcal{L}(s)$.</p> <p>Phép biến đổi Laplace hai vế cũng được sử dụng, tính theo công thức tương tự nhưng với âm vô cùng thay cho không.</p>
2-18.3 (—)	$\mathfrak{Z}(a_n)$	phép biến đổi Z của (a_n)	$\mathfrak{Z}(a_n) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^{-n} \quad (z \in \mathbf{C})$ <p>\mathfrak{Z} là phép toán tính theo dãy (a_n) chứ không phải là hàm số của a_n.</p> <p>Phép biến đổi Z hai vế cũng được sử dụng, tính theo công thức tương tự nhưng với âm vô cùng thay cho không.</p>
2-18.4 (11-7.22)	$H(x)$ $\varepsilon(x)$	hàm Heaviside, hàm bậc thang đơn vị	$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{với } x \geq 0 \\ 0 & \text{với } x < 0 \end{cases}$ <p>$U(x)$ cũng được dùng.</p> <p>$\mathcal{J}(t)$ được dùng cho hàm bậc thang đơn vị của thời gian.</p> <p>Ví dụ: $(LH)(s) = 1/s \quad (\text{Re } s > 0)$</p>
2-18.5 (11-7.21)	$\delta(x)$	phân bố delta Dirac, hàm delta Dirac	$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) \delta(t-x) dt = \varphi(x)$ <p>$H' = \delta$</p> <p>Tên đơn vị xung cũng được dùng.</p> <p>Ví dụ: $L \delta = 1$</p> <p>Xem thêm 2-18.6 và IEC 60027-6:2006, mục 2.01.</p>
2-18.6 (11-7.23)	$f * g$	tích chập của f và g	$(f * g)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) g(x-y) dy$

19 Các hàm đặc biệt

Qui ước sử dụng trong điều này là: a, b, c, z, w, v là các số phức, x là số thực còn k, l, m và n là các số tự nhiên.

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-19.1 (—)	γ C	hằng số Euler	$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln n \right) = 0,577\ 215\ 6\dots$
2-19.2 (11-14.19)	$\Gamma(z)$	hàm gamma	$\Gamma(z)$ là hàm phân hình với các cực tại $0, -1, -2, -3, \dots$ $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (\operatorname{Re} z > 0)$ $\Gamma(z+1) = n! \quad (n \in \mathbf{N})$
2-19.3 (11-14.23)	$\zeta(z)$	hàm zeta Riemann	$\zeta(z)$ là hàm phân hình với một cực tại $z = 1$ $\zeta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^z} \quad (\operatorname{Re} z > 1)$
2-19.4 (11-14.20)	$B(z, w)$	hàm beta	$B(z, w) = \int_0^1 t^{z-1} (1-t)^{w-1} dt$ $(\operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Re} w > 0)$ $B(z, w) = \Gamma(z) \Gamma(w) / \Gamma(z+w)$ $\frac{1}{(n+1)B(k+1, n-k+1)} = \binom{n}{k} \quad (k \leq n)$
2-19.5 (11-14.21)	Ei_x	tích phân hàm mũ	$Ei_x = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt$ Đối với \int , xem 2-11.20.
2-19.6 (—)	li_x	tích phân loga	$li_x = \int_0^x \frac{1}{\ln t} dt \quad (0 < x < 1)$ $li_x = \int_0^x \frac{1}{\ln t} dt \quad (x > 1)$ Đối với \int , xem 2-11.20.
2-19.7 (—)	Si_z	tích phân sin	$Si_z = \int_0^z \frac{\sin t}{t} dt$ $si_z = \frac{\pi}{2} + Si_z$ được gọi là tích phân sin bù.
2-19.8 (—)	$S(z)$ $C(z)$	tích phân Fresnel	$S(z) = \int_0^z \sin\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$ $C(z) = \int_0^z \cos\left(\frac{\pi}{2} t^2\right) dt$

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-19.9 (11-14.22)	$\operatorname{erf} x$	hàm sai số	$\operatorname{erf} x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2} dt$ $\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x$ được gọi là hàm sai số bù. Trong thống kê học, hàm phân bố $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$ được dùng.
2-19.10 (11-14.16)	$F(\varphi, k)$	tích phân elliptic không đầy đủ loại một	$F(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \frac{d\sigma}{\sqrt{1-k\sin^2\sigma}}$ $K(k) = F(\pi/2, k)$ là tích phân elliptic đầy đủ loại một (ở đây $0 < k < 1, k \in \mathbf{R}$).
2-19.11 (11-14.17)	$E(\varphi, k)$	tích phân elliptic không đầy đủ loại hai	$E(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \sqrt{1-k^2\sin^2\sigma} d\sigma$ $E(k) = E(\pi/2, k)$ là tích phân elliptic đầy đủ loại hai (ở đây $0 < k < 1, k \in \mathbf{R}$).
2-19.12 (11-14.18)	$\Pi(n, \varphi, k)$	tích phân elliptic không đầy đủ loại ba	$\Pi(\varphi, k) = \int_0^{\varphi} \frac{d\vartheta}{\sqrt{(1+n\sin^2\vartheta)\sqrt{1-k^2\sin^2\vartheta}}}$ $\Pi(n, k) = \Pi(n, \pi/2, k)$ là tích phân elliptic đầy đủ loại ba (ở đây $0 < k < 1, k \in \mathbf{R}$).
2-19.13 (11-14.14)	$F(a, b, c, z)$	hàm siêu hình học	$F(a, b, c, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n (b)_n z^n}{(c)_n n!} \quad (-c \notin \mathbf{N})$ Đối với $(a)_n, (b)_n$ và $(c)_n$, xem 2-10.3. Nghiệm của $z(1-z)y'' + [c - (a+b+1)z]y' - aby = 0$
2-19.14 (11-14.15)	$F(a; c; z)$	hàm siêu hình học suy biến	$F(a; c; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n z^n}{(c)_n n!} \quad (-c \notin \mathbf{N})$ Đối với $(a)_n$ và $(c)_n$, xem 2-10.3. Nghiệm của $zy'' + [c - z]y' - ay = 0$
2-19.15 (11-14.8)	$P_n(z)$	đa thức Legendre	$P_n(z) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dz^n} (z^2-1)^n \quad (n \in \mathbf{N})$ Nghiệm của $(1-z^2)y'' - 2zy' + n(n+1)y = 0$

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-19.16 (11-14.9)	$P_z^m(z)$	hàm liên hợp Legendre	$P_z^m(z) = (-1)^m (1-z^2)^{m/2} \frac{d^m}{dz^m} P_n(z)$ $(m, n \in \mathbf{N}, m \leq n)$ <p>Nghiệm của</p> $(1-z^2)y'' - 2zy' + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{1-z^2} \right] y = 0$ <p>Hệ số $(-1)^m$ tuân theo lý thuyết chung của hàm cầu.</p>
2-19.17 (11-14.10)	$Y_l^m(\vartheta, \varphi)$	hàm điều hòa cầu	$Y_l^m(\vartheta, \varphi) =$ $\left[\frac{(2l+1)(l- m !)}{4\pi(l+ m)!} \right]^{1/2} \times P_l^{ m }(\cos \vartheta) e^{im\varphi}$ $(l, m \in \mathbf{N}; m \leq l)$ <p>Nghiệm của</p> $\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial y}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 y}{\partial \varphi^2} + l(l+1)y = 0$
2-19.18 (11-14.11)	$H_n(z)$	đa thức Hermite	$H_n(z) = (-1)^n e^{z^2} \frac{d^n}{dz^n} e^{-z^2}$ <p>Nghiệm của</p> $y'' - 2zy'' + 2ny = 0 \quad (n \in \mathbf{N})$
2-19.19 (11-14.12)	$L_n(z)$	đa thức Laguerre	$L_n(z) = e^z \frac{d^n}{dz^n} (z^n e^{-z}) \quad (n \in \mathbf{N})$ <p>Nghiệm của $zy'' + (1-z)y' + ny = 0$</p>
2-19.20 (11-14.13)	$L_n^m(z)$	đa thức liên hợp Laguerre	$L_n^m(z) = \frac{d^m}{dz^m} L_n(z) \quad (m \in \mathbf{N}, m \leq n)$ <p>Nghiệm của</p> $zy'' + (m+1-z)y' + (n-m)y = 0$
2-19.21 (—)	$T_n(z)$	đa thức Chebyshev loại một	$T_n(z) = \cos(n \arccos z) \quad (n \in \mathbf{N})$ <p>Nghiệm của $(1-z^2)y'' - zy' + n^2y = 0$</p>
2-19.22 (—)	$U_n(z)$	đa thức Chebyshev loại hai	$U_n(z) = \frac{\sin[(n+1)\arccos z]}{\sin(\arccos z)} \quad (n \in \mathbf{N})$ <p>Nghiệm của</p> $(1-z^2)y'' - 3zy' + n(n+2)y = 0$
2-19.23 (11-14.1)	$J_\nu(z)$	hàm Bessel, hàm trụ loại một	$J_\nu(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{\nu+2k}}{k! \Gamma(\nu+k+1)} \quad (\nu \in \mathbf{C})$ <p>Nghiệm của</p> $z^2 y'' + zy' + (z^2 - \nu^2)y = 0$

Số mục	Dấu, ký hiệu, biểu thức	Ý nghĩa, diễn đạt bằng lời	Chú thích và ví dụ
2-19.24 (11-14.2)	$N_\nu(z)$	hàm Neumann, hàm trụ loại hai	$N_\nu(z) = \frac{J_\nu(z)\cos(\nu\pi) - J_{-\nu}(z)}{\sin(\nu\pi)} \quad (\nu \in \mathbf{C})$ Vế phải của công thức này được thay bằng giá trị giới hạn của nó nếu $\nu \in \mathbf{Z}$. $Y_\nu(z)$ cũng được dùng.
2-19.25 (11-14.3)	$H_\nu^{(1)}(z)$ $H_\nu^{(2)}(z)$	hàm Hankel, hàm trụ loại ba	$H_\nu^{(1)}(z) = J_\nu(z) + iN_\nu(z)$ $H_\nu^{(2)}(z) = J_\nu(z) - iN_\nu(z)$ $(\nu \in \mathbf{C})$
2-19.26 (11-14.4)	$I_\nu(z)$ $K_\nu(z)$	hàm Bessel cải biên	$I_\nu(z) = \frac{i\pi}{2} e^{\frac{1}{2}i\pi} H_\nu^{(1)}\left(e^{\frac{1}{2}i\pi} z\right)$ $K_\nu(z) = e^{-\frac{1}{2}i\pi} J_\nu\left(e^{\frac{1}{2}i\pi} z\right)$ Nghiệm của $z^2 y'' + zy' - (z^2 + \nu^2)y = 0$
2-19.27 (11-14.5)	$j_l(z)$	hàm cầu Bessel	$j_l(z) = \left(\frac{\pi}{2z}\right)^{\frac{1}{2}} J_{l+\frac{1}{2}}(z) \quad (l \in \mathbf{N})$ Nghiệm của $z^2 y'' + 2zy' + [z^2 - l(l+1)]y = 0$
2-19.28 (11-14.6)	$n_l(z)$	hàm cầu Neumann	$n_l(z) = \left(\frac{\pi}{2z}\right)^{\frac{1}{2}} J_{l+\frac{1}{2}}(z)$ $y_l(z)$ cũng được dùng. $(l \in \mathbf{N})$
2-19.29 (11-14.7)	$h_l^{(1)}(z)$ $h_l^{(2)}(z)$	hàm cầu Hankel	Hàm cầu Bessel cải biên (tương tự như 2-19.26) có thể được xác định và ký hiệu bằng $i_l(z)$ và $k_l(z)$ tương ứng.
2-19.30 (—)	$Ai(z)$ $Bi(z)$	hàm Airy	$Ai(z) = \frac{1}{3}\sqrt{z} \left[I_{-\frac{1}{3}}(w) - I_{\frac{1}{3}}(w) \right]$ $Bi(z) = \sqrt{\frac{z}{3}} \left[I_{-\frac{1}{3}}(w) + I_{\frac{1}{3}}(w) \right]$ trong đó $w = \frac{2}{3}z^{3/2}$. Nghiệm toàn phần của $y'' - zy = 0$

Phụ lục A

(qui định)

Làm rõ các ký hiệu sử dụng

ISO/IEC 10646 cung cấp tên của các ký hiệu cùng với các loại mã được sử dụng khi các ký hiệu hoặc chữ cái này có mặt trong giao tiếp bằng máy. Mục đích chính của ISO/IEC 10646 là đưa ra dấu hiệu nhận biết rõ ràng cho chữ cái hoặc ký hiệu. Tiêu chuẩn này không mô tả đầy đủ các phương tiện và khái niệm của ISO/IEC 10646.

Unicode Consortium đã xuất bản qui định kỹ thuật liên quan^[3]. Tuy nhiên, qui định Unicode Consortium^[3] cũng bổ sung các thuộc tính của các ký tự (ví dụ như chúng là con số hay chữ in/chữ thường, ...). Các thuộc tính này không quan trọng đối với tiêu chuẩn này.

Với mục đích của các bảng dưới đây, cả ISO/IEC 10646 và tài liệu tham khảo [3] đều đưa ra các qui định giống nhau, thường được gọi là "ký tự Unicode".

ISO/IEC 10646 và Unicode được xây dựng như một dạng mở rộng của bảng chữ cái bao trùm "ASCII" (hệ Latinh cơ sở). Có một số cách mã hóa các ký hiệu và ký tự, trong đó phổ biến nhất là bộ mã 32-bit, bộ mã 16-bit – không phải toàn bộ các ký tự – và bộ mã có tên gọi UTF-8 có độ dài biến thiên, nhưng dẫn đến bộ mã ký tự ASCII trong một octave.

Đôi khi có trường hợp nhiều ký hiệu (ví dụ như CHỮ LATINH THƯỜNG V và CHỮ HY LẠP THƯỜNG NU) có nét giống nhau trong hầu hết (nhưng không phải tất cả) các phong chữ.

Phụ lục qui định này được đưa ra để làm rõ thêm về ký hiệu được sử dụng trong nội dung của tiêu chuẩn này, bất kể sử dụng phông chữ nào.

Bảng A.1 có bốn cột.

- Cột thứ nhất có hàng viện dẫn đến số mục trong nội dung tiêu chuẩn trong đó ký hiệu được sử dụng. (Tiêu đề: "**Số mục**").
- Cột thứ hai lặp lại ký hiệu với cùng phong chữ, vị trí, định dạng và cỡ được dùng trong nội dung tiêu chuẩn này. (Tiêu đề: "**Dấu, ký hiệu**").
- Cột thứ ba nêu tên gọi trong ISO/IEC 10646 và Unicode^[3] (chúng giống hệt nhau). Ví dụ: "TÍCH CƠ SỐ N" (ngược với "CHỮ HY LẠP HOA PI") hoặc "TỔNG CƠ SỐ N" (ngược với "CHỮ HY LẠP HOA SIGMA"). [Tiêu đề: "**Tên của ký hiệu (xem ISO/IEC 10646)**".] Thực tế là một số tên gọi trong ISO/IEC 10646 không nhất quán với thực tiễn và sử dụng hiện hành của ký hiệu đi kèm và, đặc biệt là, khác với cách sử dụng trong tiêu chuẩn này.
- Cột thứ tư đưa ra (để dễ tham chiếu và làm rõ) bộ mã 16 bit ấn định cho ký hiệu ở cả ISO/IEC

TCVN 7870-2:2010

10646 và Unicode ^[3]. UTF-8 (mã hóa có độ dài biến thiên, chỉ dùng một octave đối với các ký tự trong bộ ký tự ASCII) và bộ mã 32 bit – và các bộ khác – cũng có thể sử dụng. [Tiêu đề: “**Giá trị cơ số 16 của ký hiệu (xem ISO/IEC 10646)**”.]

CHÚ THÍCH: Trong các phần khác của bộ TCVN 7870 (ISO 80000), “kiểu chữ” (thẳng hoặc *ngiêng*, không đậm hoặc *đậm*, hoặc *đậm nghiêng*) cũng có cùng ý nghĩa và phải được gắn thêm vào. Tuy nhiên, trong tiêu chuẩn này, tất cả các ký hiệu đều ở kiểu chữ thẳng và không có cột nào trong bảng dưới đây nêu thông tin như vậy.

Thông tin bổ sung về các ký hiệu dùng trong toán học được cho trong tài liệu tham khảo [4].

Bảng A.1

Mục số	Dấu, ký hiệu	Tên ký hiệu (xem ISO/IEC 10646)	Giá trị cơ số 16 của ký hiệu (Xem ISO/IEC 10646)
2-4.1	\wedge	VÃ	2227
2-4.2	\vee	HOẶC	2228
2-4.3	\neg	DẤU PHỦ ĐỊNH	00AC
2-4.4	\Rightarrow	MŨI TÊN KÉP SANG PHẢI	21D2
2-4.5	\Leftrightarrow	MŨI TÊN KÉP TRÁI PHẢI	21D4
2-4.6	\forall	VỚI MỌI	2200
2-4.7	\exists	TỒN TẠI	2203
2-5.1	\in	PHẦN TỬ CỦA	2208
2-5.2	\notin	KHÔNG PHẢI PHẦN TỬ CỦA	2209
2-5.4	\perp	ĐƯỜNG THẲNG ĐỨNG	007C
2-5.5	\parallel	ĐƯỜNG THẲNG ĐỨNG	007C
2-5.6	\emptyset	TẬP RỎNG	2205
2-5.7	\subseteq	TẬP CON CỦA HOẶC BẰNG	2286
2-5.8	\subset	TẬP CON CỦA	2282
2-5.9	\cup	HỢP	222A
2-5.10	\cap	GIAO	2229
2-5.11	\cup	HỢP CƠ SỐ N	22C3
2-5.12	\cap	GIAO CƠ SỐ N	22C2
2-5.13	\setminus	DẤU TRỪ TẬP HỢP	2216

Bảng A.1 (tiếp theo)

Mục số	Dấu, ký hiệu	Tên ký hiệu (xem ISO/IEC 10646)	Giá trị cơ số 16 của ký hiệu (Xem ISO/IEC 10646)
2-5.13	Ɔ	BÙ	2201
2-5.16	×	DẤU NHÂN	00D7
2-5.17	∏	TÍCH CƠ SỐ N	220F
2-6.1	ℕ	N HOA KÉP	2115
2-6.2	ℤ	Z HOA KÉP	2124
2-6.3	ℚ	Q HOA KÉP	211A
2-6.4	ℝ	R HOA KÉP	211D
2-6.5	ℂ	C HOA KÉP	2102
2-6.6	ℙ	P HOA KÉP	2119
2-7.1	=	DẤU BẰNG	003D
2-7.2	≠	KHÁC	2260
2-7.3	≐	HAI CHẤM BẰNG	2254
2-7.3	≑	BẰNG THEO ĐỊNH NGHĨA	225D
2-7.4	≒	ƯỚC LƯỢNG BẰNG	2259
2-7.5	≈	XÁP XÌ BẰNG	2248
2-7.6	≈	TIỆM CẬN BẰNG	2243
2-7.7	≈	TƯƠNG ĐƯƠNG	223C
2-7.7	∝	TỶ LỆ VỚI	221D
2-7.8	≅	ĐỒNG DẠNG VỚI	2245
2-7.9	<	DẤU NHỎ HƠN	003C
2-7.10	>	DẤU LỚN HƠN	003E
2-7.11	≤	NHỎ HƠN HOẶC BẰNG	2264
2-7.12	≥	LỚN HƠN HOẶC BẰNG	2265
2-7.13	≪	RẤT NHỎ HƠN	226A

Bảng A.1 (tiếp theo)

Mục số	Dấu, ký hiệu	Tên ký hiệu (xem ISO/IEC 10646)	Giá trị cơ số 16 của ký hiệu (Xem ISO/IEC 10646)
2-7.14	\gg	RẤT LỚN HƠN	226B
2-7.15	∞	VÔ CÙNG	221E
2-7.16	\rightarrow	MŨI TÊN SANG PHẢI	2192
2-7.17		CHIA	2223
2-7.18	\equiv	ĐỒNG NHẤT BẰNG	2261
2-7.19	\langle	DẤU NGOẠC NHỌN TRÁI	27E8
2-7.19	\rangle	DẤU NGOẠC NHỌN PHẢI	27E9
2-8.1	\parallel	SONG SONG VỚI	2225
2-8.2	\perp	VUÔNG GÓC	27C2
2-8.3	\sphericalangle	GÓC	2220
2-9.1	+	DẤU CỘNG	002B
2-9.2	-	DẤU TRỪ	2212
2-9.3	\pm	DẤU CỘNG TRỪ	00B1
2-9.4	\mp	DẤU TRỪ CỘNG	2213
2-9.5	.	TOÁN TỬ CHẤM	22C5
2-9.5	\times	DẤU NHÂN	00D7
2-9.6	/	DẤU GẠCH CHÉO	002F
2-9.7	Σ	TỔNG CƠ SỐ N	2211
2-9.8	Π	TÍCH CƠ SỐ N	220F
2-9.10	$\sqrt{\quad}$	CĂN BẬC HAI	221A
2-9.12	\langle	DẤU NGOẠC NHỌN TRÁI	27E8
2-9.12	\rangle	DẤU NGOẠC NHỌN PHẢI	27E9
2-9.16		ĐƯỜNG THẲNG ĐỨNG	007C
2-9.17	\lfloor	SÀN TRÁI	230A

Bảng A.1 (tiếp theo)

Mục số	Dấu, ký hiệu	Tên ký hiệu (xem ISO/IEC 10646)	Giá trị cơ số 16 của ký hiệu (Xem ISO/IEC 10646)
2-9.17	┘	SÀN PHẢI	230B
2-9.18	┘	TRÀN TRÁI	2308
2-9.18	┘	TRÀN PHẢI	2309
2-11.3	↔	MŨI TÊN SANG PHẢI	2192
2-11.4	↔	MŨI TÊN SANG PHẢI TỪ VẠCH	21A6
2-11.7	◦	PHÉP VÒNG	2218
2-11.11	Δ	SỐ GIA	2206
2-11.12	′	PHẪY TRÊN	2032
2-11.15	∂	VI PHÂN TỪNG PHẦN	2202
2-11.16	d	CHỮ D THƯỜNG LA TINH	0064
2-11.17	δ	CHỮ DELTA THƯỜNG HY LẠP	03B4
2-11.18	∫	TÍCH PHẦN	222B
2-11.19	∬	TÍCH PHẦN KÉP	222C
2-11.19	∮	TÍCH PHẦN ĐƯỜNG CONG KÍN	222E
2-11.19	∯	TÍCH PHẦN MẶT	222F
2-11.20	f	TÍCH PHẦN PHẦN HỮU HẠN	2A0D
2-17.11	.	TOÁN TỬ CHẤM	22C5
2-17.12	×	DẤU NHÂN	00D7
2-17.13	∇	NABLA	2207
2-17.17	Δ	SỐ GIA	2206
2-17.18	□	DẤU VUÔNG TRẮNG	25A1
2-17.21	⊗	NHÂN TRÒN	2297
2-18.1	ℱ	CHỮ F HOA	2131
2-18.2	ℒ	CHỮ L HOA	2112
2-18.3	ℤ	CHỮ Z HOA ĐEN	2128
2-18.6	*	TOÁN TỬ SAO	2217

Thư mục tài liệu tham khảo

- [1] ISO/IEC 10646:2003, *Information technology — Universal Multiple-Octet Coded Character Set (UCS)* (Công nghệ thông tin – Bộ mã ký tự 8 bit chung)
- [2] IEC 60027-6:2006, *Letter symbols to be used in electrical technology — Part 6: Control technology* (Ký hiệu bằng chữ dùng trong kỹ thuật điện – Phần 6: Kỹ thuật điều khiển)
- [3] The Unicode Standard, Version 5.0:2007. *The Unicode Consortium*. (Reading, MA, Addison-Wesley)
- [4] Unicode Technical Report #25 — Unicode support for mathematics. *The Unicode Consortium*. (Reading, MA, Addison-Wesley) URL: <http://www.unicode.org/reports/tr25>
-