

**TCVN 4554 : 2009**

Xuất bản lần 2

**THỐNG KÊ ỨNG DỤNG –  
ƯỚC LƯỢNG VÀ KHOẢNG TIN CẬY ĐỐI VỚI  
CÁC THAM SỐ CỦA PHÂN BỐ WEIBULL**

*Applied statistics –*

*Estimation and confidence intervals for parameters of Weibull distribution*

HÀ NỘI – 2009



**Mục lục**

	Trang
Lời nói đầu .....	4
1 Phạm vi áp dụng .....	5
2 Thuật ngữ và định nghĩa .....	5
3 Các đặc trưng cơ bản.....	5
4 Các vấn đề chung .....	7
5 Ước lượng của tham số $a$ khi $b$ và $c$ đã biết .....	7
6 Ước lượng của các tham số $a$ và $b$ khi $c$ đã biết .....	7
7 Ước lượng của các tham số $a$ và $c$ khi $b$ đã biết .....	9
8 Ước lượng của các tham số $a$ , $b$ và $c$ .....	11
9 Ước lượng của kỳ vọng, phương sai, hệ số biến động .....	11
10 Khoảng tin cậy của tham số $a$ khi $b$ và $c$ đã biết .....	12
11 Khoảng tin cậy của các tham số $a$ và $b$ khi $c$ đã biết .....	12
12 Các bảng số .....	13
Phụ lục A (tham khảo) Chỉ dẫn các ký hiệu .....	26
Phụ lục B (tham khảo) Các ví dụ .....	28

## **Lời nói đầu**

TCVN 4554 : 2009 thay thế cho TCVN 4554-1988;

TCVN 4554 : 2009 do Ban kỹ thuật tiêu chuẩn quốc gia TCVN/TC 69  
*Ứng dụng các phương pháp thống kê* biên soạn, Tổng cục Tiêu  
chuẩn Đo lường Chất lượng đề nghị, Bộ Khoa học và Công nghệ  
công bố.

## Thống kê ứng dụng – Ước lượng và khoảng tin cậy đối với các tham số của phân bố Weibull

*Applied statistics –*

*Estimation and confidence intervals for parameters of Weibull distribution*

### 1 Phạm vi áp dụng

Tiêu chuẩn này quy định các quy tắc xác định các ước lượng và khoảng tin cậy cho các tham số của phân bố Weibull dựa vào mẫu ngẫu nhiên đơn giản rút ra từ tổng thể có phân bố Weibull.

### 2 Thuật ngữ và định nghĩa

Tiêu chuẩn này sử dụng các thuật ngữ và định nghĩa trong TCVN 8244-2 (ISO 3534-2), *Thống kê học – Từ vựng và ký hiệu – Thống kê ứng dụng*.

### 3 Các đặc trưng cơ bản

**3.1** Đại lượng ngẫu nhiên  $X$  được gọi là có phân bố Weibull (ba tham số) nếu hàm phân bố của nó có dạng:

$$F(x; a, b, c) = \begin{cases} 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-c}{a}\right)^b\right], & x > c \\ 0, & x \leq c \end{cases} \quad (1)$$

trong đó:  $a > 0$  là tham số tỉ lệ;

$b > 0$  là tham số dạng;

$c$  là tham số định vị.

Nếu  $c = 0$  thì phân bố Weibull được gọi là phân bố Weibull hai tham số.

Khi  $b = 1$ , phân bố Weibull trở thành phân bố mũ.

## TCVN 4554 : 2009

Khi  $b = 2$ , phân bố Weibull trở thành phân bố Rayleigh.

**3.2** Hàm mật độ của đại lượng ngẫu nhiên  $X$  có phân bố Weibull có dạng:

$$F(x; a, b, c) = \begin{cases} \frac{b}{a} \left( \frac{x-c}{a} \right)^{b-1} \exp \left[ - \left( \frac{x-c}{a} \right)^b \right], & x > c \\ 0, & x \leq c \end{cases} \quad (2)$$

**3.3** Kỳ vọng, phương sai, hệ số biến động, độ bất đối xứng của đại lượng ngẫu nhiên  $X$  có phân bố Weibull:

Kỳ vọng:

$$E(X) = aK_b + c \quad (3)$$

Phương sai:

$$D(X) = a^2 + g_b^2 \quad (4)$$

Hệ số biến động:

$$v_b = \frac{ag_b}{aK_b + c} \quad (5)$$

Độ bất đối xứng

$$\rho_b = \frac{r \left( 1 + \frac{3}{b} \right) - 3K_b r \left( 1 + \frac{2}{b} \right) + 2K_b^3}{g_b^3} \quad (6)$$

trong đó:

$$K_b = r \left( 1 + \frac{1}{b} \right) \quad (7)$$

$$g_b = \sqrt{r \left( 1 + \frac{2}{b} \right) - K_b^2} \quad (8)$$

và ký hiệu  $r$  chỉ hàm số sau:

$$r(y) = \int_0^{\infty} x^{y-1} e^{-x} dx \quad (9)$$

Các giá trị  $K_b$ ,  $g_b$ ,  $\rho_b$ ,  $v_b$  cho trong Bảng 2.

## 4 Các vấn đề chung

Có mẫu ngẫu nhiên đơn giản  $x_1, \dots, x_n$  và  $x$  có phân bố Weibull với ba tham số  $a, b, c$ .

#### 4.1 Các ước lượng điểm

- Ước lượng  $a$  khi  $b$  và  $c$  đã biết;
- Ước lượng  $a$  và  $b$  khi  $c$  đã biết;
- Ước lượng  $a$  và  $c$  khi  $b$  đã biết;
- Ước lượng cả ba tham số;
- Ước lượng kỳ vọng, phương sai, hệ số biến phân.

#### 4.2 Khoảng tin cậy

- Khoảng tin cậy của tham số  $a$  khi  $b$  và  $c$  đã biết;
- Khoảng tin cậy của tham số  $a$  khi  $b$  chưa biết và  $c$  đã biết;
- Khoảng tin cậy của tham số  $b$  khi  $a$  chưa biết và  $c$  đã biết;

**4.3** Tiêu chuẩn sử dụng hai phương pháp ước lượng: phương pháp mô men và phương pháp hợp lý cực đại. Phương pháp mô men đơn giản hơn, phương pháp hợp lý cực đại chính xác hơn nhưng tính toán phức tạp hơn, nó được dùng tốt nhất trong trường hợp sử dụng máy tính.

### 5 Ước lượng của tham số $a$ khi $b$ và $c$ đã biết

Nếu  $b$  và  $c$  đã biết, ước lượng  $\bar{a}$  của  $a$  có dạng:

$$\bar{a} = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - c)^b}{n} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (10)$$

### 6 Ước lượng của các tham số $a, b$ khi $c$ đã biết

**6.1** Ước lượng đơn giản có thể nhận được bằng cách sau:

1) Tính

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(x_i - c) \quad (11)$$

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [\ln(x_i - c) - \bar{y}]^2}{n-1}} \quad (12)$$

2) Tính ước lượng  $\bar{b}$  của tham số  $b$  dưới dạng

$$\bar{b} = \frac{\pi}{S_y \sqrt{6}} \quad (13)$$

3) Tính ước lượng  $\bar{a}$  của tham số  $a$  dưới dạng

$$\bar{a} = \exp\left\{\bar{y} + \frac{v}{b}\right\} \quad (14)$$

trong đó hằng số O'le  $\gamma = 0,577\ 226$  và

$$\frac{\pi}{\sqrt{6}} = 1,282\ 55$$

Khi  $n$  bé, ước lượng  $\bar{b}$  có độ chệch đáng kể. Để có ước lượng không chệch  $\hat{b}$  của tham số  $b$  cần hiệu chỉnh như sau:

$$\hat{b} = M(n) \times \bar{b} \quad (15)$$

$M(n)$  được gọi là hệ số không chệch và cho trong Bảng 1.

**6.2** Các ước lượng  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  của các tham số  $a$ ,  $b$  (khi  $c$  đã biết) theo phương pháp hợp lý cực đại nhận được bằng cách giải hệ phương trình (các ẩn số là  $a$  và  $b$ ).

$$\frac{n}{b} - \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - c)^b \ln(x_i - c)}{\sum_{i=1}^n (x_i - c)^b} + \sum_{i=1}^n \ln(x_i - c) = 0 \quad (16)$$

$$a = \left( \frac{\sum_{i=1}^n \ln(x_i - c)^b}{n} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (17)$$

Phương trình (16) có thể giải bằng phương pháp xấp xỉ liên tiếp Newton Raphson theo công thức:

$$\tilde{b}_{k+1} = \tilde{b}_k + \frac{\frac{1}{\tilde{b}_k} + \frac{s_1}{n} - \frac{s_3^{(k)}}{s_2^{(k)}}}{\frac{1}{\tilde{b}_k^2} + \frac{s_2^{(k)} s_4^{(k)} - (s_3^{(k)})^2}{(s_2^{(k)})^2}} \quad (18)$$

trong đó:  $s_1 = \sum_{i=1}^n \ln(x_i - c) \quad (19)$

$$s_2^{(k)} = \sum_{i=1}^n (x_i - c)^{\tilde{b}_k} \quad (20)$$



$$s_3^{(k)} = \sum_{i=1}^n (x_i - c)^{\tilde{b}_k} \ln(x_i - c) \quad (21)$$

$$s_4^{(k)} = \sum_{i=1}^n (x_i - c)^{\tilde{b}_k} \ln^2(x_i - c) \quad (22)$$

và  $\tilde{b}_k$  là xấp xỉ thứ  $k$  của nghiệm  $\tilde{b}$ . Có thể dùng ước lượng  $\tilde{b}$  (theo 4.1) làm xấp xỉ thứ nhất. Quá trình xấp xỉ liên tiếp sẽ kết thúc khi điều kiện sau được thỏa mãn:

$$G_b^{(k)} = \left| \frac{n}{\tilde{b}_k} - \frac{n - s_3^{(k)}}{s_2^{(k)}} + s_1 \right| < \varepsilon \quad (23)$$

Ở đây  $\varepsilon$  là số dương nhỏ cho trước, chẳng hạn  $\varepsilon = 10^{-5}$ .

Ước lượng  $\tilde{a}$  của  $a$  nhận được bằng cách thay  $b$  bằng  $\tilde{b}$  vào phương trình (17).

Với  $n < 120$  ước lượng không chệch của tham số  $b$  có thể nhận được bởi

$$\hat{b} = B(n)\tilde{b} \quad (24)$$

Hệ số hiệu chỉnh  $B(n)$  cho trong Bảng 1.

## 7 Ước lượng của các tham số $a$ và $c$ khi $b$ đã biết

**7.1** Nếu  $b$  đã biết thì việc xác định các ước lượng  $\bar{a}$  và  $\bar{c}$  của tham số  $a$  và  $c$  theo phương pháp mô men được tiến hành theo thứ tự sau (tuy nhiên khi  $b \leq 1$  nên ứng dụng trực tiếp phương pháp ở 7.3).

1) Tính các đặc trưng mẫu

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (25)$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (26)$$

2) Ứng với giá trị  $b$  cho trước, theo Bảng 2 tìm các giá trị  $g_b$  và  $K_b$ .

3) Ước lượng  $\bar{a}$  của  $a$  được tính theo công thức

$$\bar{a} = \frac{s}{g_b} \quad (27)$$

4) Từ các giá trị mẫu  $x_1, x_2, \dots, x_n$  tìm  $x_{\min}$  (giá trị nhỏ nhất) và tính

$$c^* = \bar{x} - \bar{a}K_b \quad (28)$$

Ước lượng  $\bar{c}$  của  $c$  là nhỏ nhất trong hai số  $c^*$  và  $x_{\min}$ .

7.2 Nếu  $b > 1$ , ước lượng hợp lý cực đại  $\tilde{a}$  và  $\tilde{c}$  của các tham số  $a$  và  $c$  được xác định bằng cách giải hệ phương trình (các ẩn số là  $a$  và  $c$ )

$$nb \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - c)^{b-1}}{\sum_{i=1}^n (x_i - c)^b} - (b-1) \sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i - c)} = 0 \quad (29)$$

$$a = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - c)^b \right)^{\frac{1}{b}} \quad (30)$$

Phương trình (29) có thể giải bằng phương pháp xấp xỉ liên tiếp theo Newton Raphson theo công thức

$$\tilde{c}_{k+1} = \tilde{c}_k + \frac{\frac{s_4^{(k)}}{s_5^{(k)}} - \frac{b-1}{nb} s_1^{(k)}}{\frac{(b-1)s_3^{(k)}}{s_5^{(k)}} - \frac{b(s_4^{(k)})^2}{(s_5^{(k)})^2} + \frac{b-1}{nb} s_2^{(k)}} \quad (31)$$

trong đó

$$s_1^{(k)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i - \tilde{c}_k} \quad (32)$$

$$s_2^{(k)} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(x_i - \tilde{c}_k)^2} \quad (33)$$

$$s_3^{(k)} = \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{c}_k)^{b-2} \quad (34)$$

$$s_4^{(k)} = \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{c}_k)^{b-1} \quad (35)$$

$$s_5^{(k)} = \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{c}_k)^b \quad (36)$$

ở đây  $\tilde{c}_k$  là xấp xỉ thứ  $k$  của giá trị  $\tilde{c}$ .

Để làm xấp xỉ thứ nhất có thể lấy giá trị  $\tilde{c}$  theo 7.1. Nếu  $\tilde{c} = x_{\min}$  thì lấy giá trị nhỏ hơn một chút, chẳng hạn  $\tilde{c}_1 = x_{\min} - 0,001(x_{\max} - x_{\min})$ , với  $x_{\max}$  là giá trị lớn nhất trong mẫu. Tương tự, để có  $\tilde{c}_{k+1}$ , nếu  $\tilde{c}_{k+1} \geq x_{\min}$  thì lấy giá trị trong khoảng  $\tilde{c}_k$  và  $x_{\min}$  (ví dụ  $\tilde{c}_{k+1} = 0,5(\tilde{c}_k + x_{\min})$ ).

Quá trình xấp xỉ liên tiếp sẽ kết thúc khi thỏa mãn điều kiện:

$$G_c^{(k)} = \left| nb \frac{s_4^{(k)}}{s_5^{(k)}} - (b-1)s_1^{(k)} \right| < \varepsilon \quad (37)$$

Với  $\varepsilon$  là số dương nhỏ cho trước, ví dụ  $\varepsilon = 10^{-5}$ .

Ước lượng  $\tilde{a}$  của  $a$  nhận được bằng cách thay  $c$  bằng  $\tilde{c}$  vào phương trình (30).

**7.3** Nếu  $b \leq 1$ , ước lượng  $\tilde{c}$  của  $c$  được nhận như sau

$$\tilde{c} = x_{\min}$$

Ước lượng  $\tilde{a}$  của  $a$  nhận được bằng cách thay  $c$  bằng  $\tilde{c}$  vào công thức (10) ở Điều 5.

## 8 Ước lượng của các tham số $a, b, c$

Trong trường hợp này, các ước lượng bằng phương pháp mô men thu được theo cách sau:

1) Tính các đặc trưng mẫu  $\bar{x}$  và  $s$  theo các công thức (25), (26) và

$$\rho_v = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3} \quad (39)$$

2) Thay  $\rho_b$  bằng  $\rho_v$  và căn cứ vào giá trị này (có thể dùng nội suy tuyến tính) để tìm trong Bảng 2 các giá trị  $b, g_b, K_b$  tương ứng.

3) Lấy giá trị  $b$  tìm được làm ước lượng  $\bar{b}$ .

4) Các ước lượng  $\bar{a}$  và  $\bar{c}$  của  $a$  và  $c$  được tìm theo phương pháp ở 7.1 với điều kiện  $b = \bar{b}$ .

## 9 Ước lượng của kỳ vọng, phương sai, hệ số biến động

Ước lượng của kỳ vọng, phương sai, hệ số biến động của đại lượng ngẫu nhiên  $x$  có phân bố Weibull (ba tham số) được xác định như sau:

1) Ước lượng các tham số chưa biết theo các phương pháp đã nêu từ Điều 5 đến Điều 8;

2) Ứng dụng công thức (3) để ước lượng kỳ vọng, nếu tham số nào trong đó chưa biết thì thay bằng ước lượng của nó, còn hệ số  $K_b$  tìm trong Bảng 2;

3) Ứng dụng công thức (3) để ước lượng phương sai, nếu tham số nào trong đó chưa biết thì thay bằng ước lượng của nó, còn hệ số  $g_b$  tìm trong Bảng 2;

4) Dùng công thức (5) để ước lượng hệ số biến động, nếu tham số nào trong đó chưa biết thì thay bằng ước lượng của nó, còn hệ số  $K_b$  và  $g_b$  tìm trong Bảng 2.

## 10 Khoảng tin cậy của tham số $a$ khi các tham số $b$ và $c$ đã biết

Khoảng tin cậy hai phía ( $a_1; a_2$ ) của tham số  $a$  khi giá trị của các tham số  $b$  và  $c$  đã biết với mức tin cậy  $1 - \alpha$  xác định bởi

$$a_1 = \left( \frac{2 \sum_{i=1}^n (x_i - c)^b}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(2n)} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (40)$$

$$a_2 = \left( \frac{2 \sum_{i=1}^n (x_i - c)^b}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(2n)} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (41)$$

trong đó  $\chi_q^2(v)$  là giá trị  $q$  – phân vị của phân bố  $\chi^2$  với  $v$  bậc tự do, giá trị này cho trong Bảng 6.

Khoảng tin cậy một phía với mức tin cậy  $1 - \alpha$  xác định bởi  $a_1$  nếu khoảng là  $(a_1; +\infty)$  hoặc  $a_2$  nếu khoảng là  $(-\infty; a_2)$ , nhưng trong công thức (40) và (41), thay  $\alpha/2$  bằng  $\alpha$ .

## 11 Khoảng tin cậy của các tham số $a$ và $b$ khi tham số $c$ đã biết

**11.1** Khoảng tin cậy hai phía ( $a_1; a_2$ ) với mức tin cậy  $1 - \alpha$  của tham số  $a$  khi  $b$  chưa biết và  $c$  đã biết được xác định bởi công thức

$$a_1 = \tilde{a} \exp \left( -\frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\tilde{b}} \right) \quad (42)$$

$$a_2 = \tilde{a} \exp \left( -\frac{z_{1+\frac{\alpha}{2}}}{\tilde{b}} \right) \quad (43)$$

trong đó  $\tilde{a}$  và  $\tilde{b}$  là các ước lượng của  $a$  và  $b$  theo phương pháp hợp lý cực đại nêu trong 6.2.

Phân vị  $z_q$  tìm trong Bảng 3 khi  $5 \leq n \leq 120$ . Nếu  $n > 120$  có thể dùng công thức gần đúng

$$z_q = u_q \sqrt{\frac{1,108}{n}} \quad (44)$$

trong đó  $u_q$  là  $q$  – phân vị của phân bố chuẩn tra trong Bảng 5.

**11.2** Khoảng tin cậy hai phía ( $b_1; b_2$ ) với mức tin cậy  $1 - \alpha$  của tham số  $b$  khi  $a$  chưa biết và  $c$  đã biết được xác định bởi công thức

$$b_1 = \frac{\tilde{b}}{\ell_{1-\frac{\alpha}{2}}} \quad (45)$$

$$b_2 = \frac{\tilde{b}}{\ell_{\frac{\alpha}{2}}} \quad (46)$$

trong đó  $\tilde{b}$  là ước lượng hợp lý cực đại của tham số  $b$  theo 7.2. Phân vị  $\ell_q$  tìm trong Bảng 4 nếu  $5 \leq n \leq 120$ . Nếu  $n > 120$  thì áp dụng công thức gần đúng

$$\ell_q = 1 + u_q \sqrt{\frac{0,608}{n}} \quad (47)$$

trong đó  $u_q$  là  $q$  – phân vị của phân bố chuẩn chuẩn hóa tra trong Bảng 5.

**11.3** Để xác định khoảng tin cậy một phía với mức tin cậy  $1 - \alpha$  của tham số  $b$  cần xác định  $b_1$  nếu khoảng tin cậy là  $(b_1; +\infty)$  hoặc  $b_2$  nếu khoảng tin cậy là  $(-\infty; b_2)$  và trong các giá trị của phân vị phải thay  $\alpha/2$  bằng  $\alpha$ .

## 12 Các bảng số

**Bảng 1 – Các hệ số không chệch  $M(n)$ ,  $B(n)$**

$n$	$M(n)$	$B(n)$	$n$	$M(n)$	$B(n)$
5	0,738	0,669	42	0,963	0,968
6	0,778	0,752	44	0,965	0,970
7	0,806	0,792	46	0,966	0,971
8	0,831	0,820	48	0,967	0,972
9	0,848	0,842	50	0,969	0,973
10	0,863	0,859	52	0,970	0,974
11	0,875	0,872	54	0,971	0,975
12	0,884	0,883	56	0,972	0,976
13	0,893	0,893	58	0,973	0,977
14	0,900	0,901	60	0,974	0,978
15	0,906	0,908	62	0,975	0,979
16	0,912	0,914	64	0,976	0,980
18	0,921	0,923	66	0,976	0,980
20	0,928	0,931	68	0,977	0,981
22	0,934	0,938	70	0,978	0,981
24	0,939	0,943	72	0,978	0,982
26	0,943	0,947	74	0,979	0,982
28	0,947	0,951	76	0,979	0,983
30	0,950	0,955	78	0,980	0,983
32	0,953	0,958	80	0,980	0,984
34	0,955	0,960	85	0,982	0,985
36	0,957	0,962	90	0,983	0,986
38	0,959	0,964	100	0,984	0,987
40	0,961	0,966	120	0,986	0,990

Bảng 2 – Các đặc trưng cơ bản của phân bố Weibull

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
0,200	120,0	1901	15,84	190,1
0,210	80,36	1091	13,58	144,2
0,220	56,33	665,1	11,81	112,3
0,230	41,06	426,7	10,39	89,46
0,240	30,94	286,1	9,248	72,69
0,250	24,00	199,4	8,307	60,09
0,260	19,09	143,6	7,524	50,45
0,270	15,51	106,5	6,865	42,94
0,280	12,85	81,03	6,304	36,99
0,290	10,83	63,06	5,824	32,22
0,300	9,261	50,08	5,408	28,33
0,310	8,024	40,48	5,045	25,14
0,320	7,035	33,25	4,727	22,48
0,330	6,234	27,71	4,445	20,25
0,340	5,575	23,39	4,195	18,36
0,350	5,029	19,98	3,972	16,74
0,360	4,571	17,24	3,771	15,35
0,370	4,184	15,02	3,590	14,15
0,380	3,853	13,20	3,426	13,09
0,390	3,569	11,70	3,277	12,17
0,400	3,323	10,44	3,141	11,35
0,410	3,109	9,377	3,016	10,63
0,420	2,921	8,475	2,901	9,983
0,430	2,756	7,703	2,795	9,404
0,440	2,609	7,037	2,697	8,883
0,450	2,479	6,460	2,606	8,413
0,460	2,362	5,956	2,522	7,986
0,470	2,257	5,515	2,443	7,597
0,480	2,163	5,125	2,370	7,243
0,490	2,077	4,780	2,301	6,917
0,500	2,000	4,472	2,236	6,619
0,510	1,930	4,197	2,175	6,343
0,520	1,865	3,951	2,118	6,089
0,530	1,806	3,728	2,064	5,853
0,540	1,752	3,528	2,013	5,634
0,550	1,702	3,345	1,965	5,431
0,560	1,657	3,179	1,919	5,241
0,570	1,614	3,028	1,876	5,063
0,580	1,575	2,889	1,835	4,896
0,590	1,538	2,762	1,795	4,740
0,600	1,505	2,645	1,758	4,593
0,610	1,473	2,537	1,722	4,455
0,620	1,444	2,437	1,688	4,325
0,630	1,416	2,345	1,656	4,201
0,640	1,390	2,259	1,625	4,085

Bảng 2 (tiếp theo)

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
0,650	1,366	2,179	1,595	3,974
0,660	1,344	2,104	1,566	3,869
0,670	1,322	2,035	1,539	3,770
0,680	1,302	1,970	1,512	3,675
0,690	1,284	1,908	1,487	3,585
0,700	1,266	1,851	1,462	3,498
0,710	1,249	1,797	1,439	3,416
0,720	1,233	1,747	1,416	3,338
0,730	1,218	1,699	1,394	3,262
0,740	1,204	1,653	1,373	3,190
0,750	1,191	1,611	1,353	3,121
0,760	1,178	1,570	1,333	3,005
0,770	1,166	1,532	1,314	2,991
0,780	1,154	1,496	1,296	2,930
0,790	1,143	1,461	1,278	2,871
0,800	1,133	1,428	1,261	2,815
0,810	1,123	1,397	1,244	2,760
0,820	1,114	1,367	1,227	2,707
0,830	1,105	1,339	1,212	2,657
0,840	1,096	1,311	1,196	2,608
0,850	1,088	1,285	1,182	2,560
0,860	1,080	1,261	1,167	2,514
0,870	1,073	1,237	1,153	2,470
0,880	1,066	1,214	1,139	2,427
0,890	1,059	1,192	1,126	2,385
0,900	1,052	1,171	1,113	2,345
0,910	1,046	1,151	1,100	2,306
0,920	1,040	1,132	1,088	2,268
0,930	1,034	1,113	1,076	2,231
0,940	1,029	1,095	1,064	2,195
0,950	1,023	1,078	1,053	2,160
0,960	1,018	1,061	1,042	2,127
0,970	1,013	1,045	1,431	2,094
0,980	1,009	1,029	1,020	2,062
0,990	1,004	1,014	1,010	2,030
1,000	1,000	1,000	1,000	2,000
1,02	0,991 9	0,972 5	0,980 4	1,942
1,04	0,984 3	0,946 7	0,961 7	1,886
1,06	0,977 4	0,922 5	0,943 8	1,833
1,08	0,970 9	0,899 7	0,926 7	1,782
1,10	0,964 9	0,878 3	0,910 2	1,734
1,12	0,959 3	0,858 0	0,894 4	1,688
1,14	0,954 2	0,838 9	0,879 2	1,643
1,16	0,949 3	0,820 8	0,864 6	1,601
1,18	0,944 8	0,803 6	0,850 5	1,560
1,20	0,940 7	0,787 2	0,836 9	1,521
1,22	0,936 8	0,771 7	0,823 8	1,483

Bảng 2 (tiếp theo)

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
1,24	0,933 1	0,756 9	0,811 2	1,447
1,26	0,929 7	0,742 8	0,798 9	1,412
1,28	0,926 5	0,729 3	0,787 1	1,378
1,30	0,923 6	0,716 4	0,775 7	1,346
1,32	0,920 8	0,704 1	0,764 7	1,314
1,34	0,918 2	0,692 3	0,754 0	1,284
1,36	0,915 8	0,681 0	0,743 6	1,255
1,38	0,913 5	0,670 1	0,733 5	1,226
1,40	0,911 4	0,659 6	0,723 8	1,198
1,42	0,909 4	0,649 6	0,714 3	1,172
1,44	0,907 6	0,639 9	0,705 1	1,146
1,46	0,905 9	0,630 6	0,696 1	1,120
1,48	0,904 3	0,621 6	0,687 4	1,096
1,50	0,902 7	0,612 9	0,679 0	1,072
1,52	0,901 3	0,604 6	0,670 7	1,049
1,54	0,900 0	0,596 5	0,662 7	1,026
1,56	0,898 8	0,588 6	0,654 9	1,004
1,58	0,897 6	0,581 1	0,647 3	0,982 8
1,60	0,896 6	0,573 7	0,639 9	0,962 0
1,62	0,895 6	0,566 6	0,632 7	0,941 6
1,64	0,894 7	0,559 7	0,625 6	0,921 8
1,66	0,893 8	0,553 0	0,618 8	0,902 4
1,68	0,893 0	0,546 5	0,612 0	0,883 5
1,70	0,892 2	0,540 2	0,605 6	0,865 0
1,72	0,891 6	0,534 1	0,599 1	0,847 0
1,74	0,890 9	0,528 2	0,592 8	0,829 3
1,76	0,890 3	0,522 4	0,586 7	0,812 1
1,78	0,889 8	0,516 7	0,580 7	0,795 2
1,80	0,889 3	0,511 2	0,574 9	0,778 7
1,82	0,888 8	0,505 9	0,569 2	0,762 6
1,84	0,888 4	0,500 7	0,563 6	0,746 8
1,86	0,888 0	0,495 6	0,558 1	0,731 3
1,88	0,887 7	0,490 6	0,552 7	0,716 1
1,90	0,887 4	0,485 8	0,547 5	0,701 2
1,92	0,887 1	0,481 1	0,542 3	0,686 7
1,94	0,886 8	0,476 5	0,537 3	0,672 4
1,96	0,886 6	0,472 0	0,532 3	0,658 4
1,98	0,886 4	0,467 6	0,527 5	0,644 6
2,00	0,886 2	0,463 3	0,522 7	0,631 1
2,02	0,886 1	0,459 0	0,518 1	0,617 9
2,04	0,885 9	0,454 9	0,513 5	0,604 9
2,06	0,885 8	0,450 9	0,509 0	0,592 1
2,08	0,885 8	0,447 0	0,504 6	0,579 5
2,10	0,885 7	0,443 1	0,500 3	0,567 2
2,12	0,885 6	0,439 3	0,496 0	0,555 1
2,14	0,885 6	0,435 6	0,491 9	0,543 2



Bảng 2 (tiếp theo)

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
2,16	0,885 6	0,432 0	0,487 8	0,531 5
2,18	0,885 6	0,428 4	0,483 8	0,520 0
2,20	0,885 6	0,424 9	0,479 8	0,508 7
2,22	0,885 7	0,421 5	0,476 0	0,497 6
2,24	0,885 7	0,418 2	0,472 1	0,486 6
2,26	0,885 8	0,414 9	0,468 4	0,475 8
2,28	0,885 8	0,411 7	0,464 7	0,465 2
2,30	0,885 9	0,408 5	0,461 1	0,4548
2,32	0,886 0	0,405 4	0,457 5	0,444 5
2,34	0,886 1	0,402 3	0,454 0	0,434 4
2,36	0,886 2	0,399 3	0,450 6	0,424 4
2,38	0,886 3	0,396 4	0,447 2	0,414 6
2,40	0,886 5	0,393 5	0,443 8	0,404 9
2,42	0,886 6	0,390 6	0,440 6	0,395 4
2,44	0,886 8	0,387 8	0,447 3	0,386 0
2,46	0,886 9	0,385 0	0,434 1	0,376 8
2,48	0,887 1	0,382 3	0,4310	0,367 6
2,50	0,887 3	0,379 7	0,437 9	0,358 6
2,52	0,887 4	0,377 0	0,424 9	0,349 8
2,54	0,887 6	0,374 5	0,421 9	0,341 0
2,56	0,887 8	0,371 9	0,428 9	0,332 4
2,58	0,888 0	0,369 4	0,416 0	0,323 9
2,60	0,888 2	0,367 0	0,413 1	0,315 5
2,62	0,888 4	0,364 5	0,410 3	0,307 2
2,64	0,888 6	0,362 1	0,417 5	0,299 0
2,66	0,888 8	0,359 8	0,404 8	0,290 9
2,68	0,889 1	0,357 5	0,402 1	0,283 0
2,70	0,889 3	0,355 2	0,409 4	0,275 1
2,72	0,889 5	0,352 9	0,396 8	0,267 3
2,74	0,889 7	0,350 7	0,394 2	0,259 7
2,76	0,890 0	0,348 5	0,391 6	0,252 1
2,78	0,890 2	0,346 4	0,399 1	0,244 6
2,80	0,890 5	0,344 3	0,386 6	0,237 3
2,82	0,890 7	0,342 2	0,384 2	0,230 0
2,84	0,890 9	0,340 1	0,381 7	0,222 8
2,86	0,891 2	0,338 1	0,379 3	0,215 6
2,88	0,891 4	0,336 1	0,377 0	0,208 6
2,90	0,891 7	0,334 1	0,374 7	0,201 7
2,92	0,891 9	0,332 1	0,372 4	0,194 8
2,94	0,892 2	0,330 2	0,370 1	0,188 0
2,96	0,892 5	0,328 3	0,367 8	0,181 3
2,98	0,892 7	0,326 4	0,365 6	0,174 7
3,00	0,893 0	0,324 6	0,363 4	0,138 1
3,02	0,893 2	0,322 7	0,361 3	0,161 6
3,04	0,893 5	0,320 9	0,359 2	0,155 2
3,06	0,893 8	0,319 1	0,357 1	0,148 9

Bảng 2 (tiếp theo)

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
3,08	0,894 0	0,317 4	0,355 0	0,142 6
3,10	0,894 3	0,315 6	0,352 9	0,136 4
3,12	0,894 6	0,313 9	0,350 9	0,130 3
3,14	0,894 8	0,312 2	0,348 9	0,124 2
3,16	0,895 1	0,310 5	0,346 9	0,118 2
3,18	0,895 4	0,308 9	0,344 9	0,112 3
3,20	0,895 7	0,307 2	0,343 0	0,106 4
3,22	0,895 9	0,305 6	0,341 1	0,100 6
3,24	0,896 2	0,304 0	0,339 2	0,094 81
3,26	0,896 5	0,302 4	0,337 3	0,089 12
3,28	0,896 7	0,300 8	0,335 5	0,083 49
3,30	0,897 0	0,299 3	0,333 7	0,077 89
3,32	0,897 3	0,297 8	0,331 8	0,072 37
3,34	0,897 6	0,296 2	0,330 1	0,066 92
3,36	0,897 8	0,294 8	0,328 3	0,061 52
3,38	0,898 1	0,293 3	0,326 5	0,056 15
3,40	0,898 4	0,291 8	0,324 8	0,050 85
3,42	0,898 7	0,290 4	0,323 1	0,045 61
3,44	0,898 9	0,288 9	0,321 4	0,040 40
3,46	0,899 2	0,287 5	0,319 7	0,035 26
3,48	0,899 5	0,286 1	0,318 1	0,030 17
3,50	0,899 7	0,284 7	0,316 5	0,025 09
3,52	0,900 0	0,283 4	0,314 8	0,020 10
3,54	0,900 3	0,282 0	0,313 2	0,015 14
3,56	0,900 6	0,280 7	0,311 7	0,010 24
3,58	0,900 8	0,279 3	0,310 1	0,005 371
3,60	0,901 1	0,278 0	0,308 5	0,000 543 6
3,62	0,901 4	0,276 7	0,307 0	- 0,004 208
3,64	0,901 6	0,275 4	0,305 5	- 0,008 934
3,66	0,901 9	0,274 2	0,304 0	- 0,013 62
3,68	0,902 2	0,272 9	0,302 5	- 0,018 27
3,70	0,902 5	0,271 6	0,301 0	- 0,022 85
3,72	0,902 7	0,270 4	0,299 5	- 0,027 43
3,74	0,903 0	0,269 2	0,298 1	- 0,031 95
3,76	0,903 3	0,268 0	0,296 7	- 0,036 40
3,78	0,903 5	0,266 8	0,295 3	- 0,040 87
3,80	0,903 8	0,265 6	0,293 9	- 0,045 25
3,82	0,904 1	0,264 4	0,292 5	- 0,049 63
3,84	0,904 3	0,263 2	0,291 1	- 0,053 94
3,86	0,904 6	0,262 1	0,289 7	- 0,058 25
3,88	0,904 8	0,260 9	0,288 4	- 0,062 51
3,90	0,905 1	0,259 8	0,287 0	- 0,066 70
3,92	0,905 4	0,258 7	0,285 7	- 0,070 87
3,94	0,905 6	0,257 6	0,284 4	- 0,075 01
3,96	0,905 9	0,256 5	0,283 1	- 0,079 15
3,98	0,906 1	0,255 4	0,281 8	- 0,083 22

Bảng 2 (tiếp theo)

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
4,00	0,906 4	0,254 3	0,280 5	- 0,087 22
4,02	0,906 7	0,253 2	0,279 3	- 0,091 24
4,04	0,906 9	0,252 2	0,278 0	- 0,096 24
4,06	0,907 2	0,251 1	0,276 8	- 0,099 14
4,08	0,907 4	0,250 1	0,275 6	- 0,103 1
4,10	0,907 7	0,249 0	0,274 3	- 0,107 0
4,12	0,907 9	0,248 0	0,273 1	- 0,110 8
4,14	0,908 2	0,247 0	0,271 9	- 0,114 6
4,16	0,908 4	0,246 0	0,270 8	- 0,118 4
4,18	0,908 7	0,245 0	0,269 6	- 0,122 1
4,20	0,908 9	0,244 0	0,268 4	- 0,125 9
4,22	0,909 2	0,243 0	0,267 3	- 0,129 6
4,24	0,909 4	0,242 0	0,266 1	- 0,133 2
4,26	0,909 7	0,241 1	0,265 0	- 0,136 9
4,28	0,909 9	0,240 1	0,263 9	- 0,140 4
4,30	0,910 2	0,239 2	0,262 8	- 0,144 1
4,32	0,910 4	0,238 2	0,261 7	- 0,147 6
4,34	0,910 7	0,237 3	0,260 6	- 0,151 1
4,36	0,910 9	0,236 4	0,259 5	- 0,154 6
4,38	0,911 1	0,235 4	0,258 4	- 0,158 1
4,40	0,911 4	0,234 5	0,257 3	- 0,161 6
4,42	0,911 6	0,233 6	0,256 3	- 0,164 9
4,44	0,911 9	0,232 7	0,255 2	- 0,168 3
4,46	0,912 1	0,231 8	0,254 2	- 0,171 7
4,48	0,912 3	0,231 0	0,253 2	- 0,175 1
4,50	0,912 6	0,230 1	0,252 1	- 0,178 4
4,52	0,912 8	0,229 2	0,251 1	- 0,181 7
4,54	0,913 0	0,228 4	0,250 1	- 0,185 0
4,56	0,913 3	0,227 5	0,249 1	- 0,188 2
4,58	0,913 5	0,226 7	0,248 1	- 0,191 5
4,60	0,913 7	0,225 8	0,247 1	- 0,194 6
4,62	0,914 0	0,225 0	0,246 2	- 0,197 8
4,64	0,914 2	0,224 2	0,245 2	- 0,201 0
4,66	0,914 4	0,223 3	0,244 2	- 0,204 1
4,68	0,914 7	0,222 5	0,243 3	- 0,207 2
4,70	0,914 9	0,221 7	0,242 4	- 0,210 3
4,72	0,915 1	0,220 9	0,241 4	- 0,213 4
4,74	0,915 3	0,220 1	0,240 5	- 0,216 4
4,76	0,915 6	0,219 3	0,239 6	- 0,219 4
4,78	0,915 8	0,218 6	0,238 7	- 0,222 4
4,80	0,916 0	0,217 8	0,237 7	- 0,225 4
4,82	0,916 2	0,217 0	0,236 8	- 0,228 4
4,84	0,916 4	0,216 2	0,236 0	- 0,231 3
4,86	0,916 7	0,215 5	0,235 1	- 0,234 2
4,88	0,916 9	0,214 7	0,234 2	- 0,237 1
4,90	0,917 1	0,214 0	0,233 3	- 0,240 0
4,92	0,917 3	0,213 2	0,232 5	- 0,242 9

Bảng 2 (tiếp theo)

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
4,94	0,917 5	0,212 5	0,231 6	- 0,245 8
4,96	0,917 7	0,211 8	0,230 7	- 0,248 5
4,98	0,918 0	0,211 0	0,229 9	- 0,251 3
5,00	0,918 2	0,210 3	0,229 1	- 0,254 1
5,05	0,918 7	0,208 5	0,227 0	- 0,261 0
5,10	0,919 2	0,206 8	0,224 9	- 0,267 8
5,15	0,919 7	0,205 1	0,222 9	- 0,274 4
5,20	0,920 2	0,203 4	0,221 0	- 0,281 0
5,25	0,920 8	0,201 7	0,219 1	- 0,287 4
5,30	0,921 3	0,200 1	0,217 2	- 0,293 8
5,35	0,921 7	0,198 5	0,215 3	- 0,300 1
5,40	0,922 2	0,196 9	0,213 5	- 0,306 2
5,45	0,922 7	0,195 3	0,211 7	- 0,312 2
5,50	0,923 2	0,193 8	0,209 9	- 0,318 2
5,55	0,923 7	0,192 3	0,208 2	- 0,324 0
5,60	0,924 1	0,190 8	0,206 5	- 0,329 8
5,65	0,924 6	0,189 4	0,204 8	- 0,335 6
5,70	0,925 1	0,187 9	0,203 1	- 0,341 3
5,75	0,925 5	0,186 5	0,201 5	- 0,346 7
5,80	0,926 0	0,185 1	0,199 9	- 0,352 3
5,85	0,926 4	0,183 7	0,198 3	- 0,357 6
5,90	0,926 9	0,182 4	0,196 8	- 0,362 9
5,95	0,927 3	0,181 1	0,195 3	- 0,368 1
6,00	0,927 7	0,179 8	0,193 8	- 0,373 3
6,05	0,928 1	0,178 5	0,192 3	- 0,378 4
6,10	0,928 6	0,177 2	0,190 8	- 0,383 4
6,15	0,929 0	0,176 0	0,189 4	- 0,388 4
6,20	0,939 4	0,174 7	0,188 0	- 0,393 2
6,25	0,939 8	0,173 5	0,186 6	- 0,398 0
6,30	0,930 2	0,172 3	0,185 2	- 0,402 7
6,35	0,930 6	0,171 1	0,183 9	- 0,407 5
6,40	0,931 0	0,170 0	0,182 6	- 0,412 1
6,45	0,931 4	0,168 8	0,181 3	- 0,416 6
6,50	0,931 8	0,167 7	0,180 0	- 0,421 2
6,55	0,932 2	0,166 6	0,178 7	- 0,425 6
6,60	0,932 5	0,165 5	0,177 4	- 0,430 0
6,65	0,932 9	0,164 4	0,176 2	- 0,434 4
6,70	0,933 3	0,163 3	0,175 0	- 0,438 6
6,75	0,933 7	0,162 3	0,173 8	- 0,442 9
6,80	0,934 0	0,161 2	0,172 6	- 0,447 0
6,85	0,934 4	0,160 2	0,171 4	- 0,451 2
6,90	0,934 7	0,159 2	0,170 3	- 0,455 1
6,95	0,935 1	0,158 2	0,169 1	- 0,459 3
7,00	0,935 4	0,157 2	0,168 0	- 0,463 2
7,05	0,935 8	0,156 2	0,166 9	- 0,467 1
7,10	0,936 1	0,155 2	0,165 8	- 0,471 1
7,15	0,936 5	0,154 3	0,164 7	- 0,474 8

Bảng 2 (kết thúc)

$b$	$K_b$	$g_b$	$v_b$	$\rho_b$
7,20	0,936 8	0,153 3	0,163 7	- 0,478 8
7,25	0,937 1	0,152 4	0,162 6	- 0,482 3
7,30	0,937 5	0,151 5	0,161 6	- 0,486 1
7,35	0,937 8	0,150 6	0,160 6	- 0,489 8
7,40	0,938 1	0,149 7	0,159 6	- 0,493 3
7,45	0,938 4	0,148 8	0,158 6	- 0,496 9
7,50	0,938 7	0,147 9	0,157 6	- 0,500 3
7,55	0,939 1	0,147 1	0,156 6	- 0,503 8
7,60	0,939 4	0,146 2	0,155 6	- 0,507 5
7,65	0,939 7	0,145 4	0,154 7	- 0,511 0
7,70	0,940 0	0,144 5	0,153 8	- 0,524 3
7,75	0,940 3	0,143 7	0,152 8	- 0,517 6
7,80	0,940 6	0,142 9	0,151 9	- 0,520 9
7,85	0,940 9	0,142 1	0,151 0	- 0,524 1
7,90	0,941 2	0,141 3	0,150 1	- 0,527 4
7,95	0,941 5	0,140 5	0,149 2	- 0,530 7
8,00	0,941 7	0,139 7	0,148 4	- 0,533 6
8,10	0,942 3	0,138 2	0,146 7	- 0,540 1
8,20	0,942 9	0,136 7	0,145 0	- 0,546 2
8,30	0,943 4	0,135 2	0,143 3	- 0,552 2
8,40	0,943 9	0,133 8	0,141 7	- 0,557 9
8,50	0,944 5	0,132 4	0,140 2	- 0,563 6
8,60	0,945 0	0,131 0	0,138 7	- 0,569 4
8,70	0,945 5	0,129 7	0,137 2	- 0,574 7
8,80	0,946 0	0,128 4	0,135 7	- 0,580 3
8,90	0,946 5	0,127 1	0,134 3	- 0,585 7
9,00	0,947 0	0,125 8	0,132 9	- 0,590 9
9,10	0,947 4	0,124 6	0,131 5	- 0,595 6
9,20	0,947 9	0,123 4	0,130 1	- 0,600 7
9,30	0,948 4	0,122 2	0,128 8	- 0,605 9
9,40	0,948 8	0,121 0	0,127 5	- 0,610 5
9,50	0,949 3	0,119 9	0,126 3	- 0,615 1
9,60	0,949 7	0,118 7	0,125 0	- 0,619 9
9,70	0,950 1	0,117 6	0,123 8	- 0,624 6
9,80	0,950 5	0,116 6	0,122 6	- 0,629 3
9,90	0,950 9	0,115 5	0,121 5	- 0,633 5
10,0	0,951 4	0,114 5	0,120 3	- 0,637 8
10,5	0,953 3	0,109 5	0,114 9	- 0,658 8
11,0	0,955 1	0,105 0	0,109 9	- 0,677 4
11,5	0,956 7	0,100 8	0,105 4	- 0,695 0
12,0	0,958 3	0,096 99	0,101 2	- 0,710 7
12,5	0,959 7	0,093 44	0,097 36	- 0,725 7
13,0	0,961 1	0,090 13	0,093 78	- 0,739 8
13,5	0,962 3	0,087 06	0,090 46	- 0,753 5
14,0	0,963 5	0,084 18	0,087 37	- 0,764 9
14,5	0,964 6	0,081 49	0,084 48	- 0,776 2
15,0	0,965 7	0,078 97	0,081 78	- 0,787 1

Bảng 3 – Phân vị  $Z_q$  của đại lượng ngẫu nhiên  $\tilde{\ln}\left(\frac{\tilde{a}}{a}\right)$ 

$n$	$q$					
	0,02	0,05	0,10	0,90	0,95	0,98
5	-1,631	-1,247	-0,888	0,772	1,107	1,582
6	-1,396	-1,007	-0,740	0,666	0,939	1,291
7	-1,196	-0,874	-0,652	0,598	0,829	1,120
8	-1,056	-0,784	-0,591	0,547	0,751	0,003
9	-0,954	-0,717	-0,544	0,507	0,691	0,917
10	-0,876	-0,665	-0,507	0,475	0,644	0,851
11	-0,813	-0,622	-0,477	0,448	0,605	0,797
12	-0,762	-0,587	-0,451	0,425	0,572	0,752
13	-0,719	-0,557	-0,429	0,406	0,544	0,714
14	-0,683	-0,532	-0,410	0,389	0,520	0,681
15	-0,651	-0,509	-0,393	0,374	0,499	0,653
16	-0,624	-0,489	-0,379	0,360	0,480	0,627
17	-0,599	-0,471	-0,365	0,348	0,463	0,605
18	-0,578	-0,455	-0,353	0,338	0,447	0,584
19	-0,558	-0,441	-0,342	0,328	0,433	0,566
20	-0,540	-0,428	-0,332	0,318	0,421	0,549
22	-0,509	-0,404	-0,314	0,302	0,398	0,519
24	-0,483	-0,384	-0,299	0,288	0,379	0,494
26	-0,460	-0,367	-0,286	0,276	0,362	0,472
28	-0,441	-0,352	-0,274	0,265	0,347	0,453
30	-0,423	-0,338	-0,264	0,256	0,334	0,435
32	-0,408	-0,326	-0,254	0,247	0,323	0,420
34	-0,394	-0,315	-0,246	0,239	0,312	0,406
36	-0,382	-0,305	-0,238	0,232	0,302	0,393
38	-0,370	-0,296	-0,231	0,226	0,293	0,382
40	-0,360	-0,288	-0,224	0,220	0,285	0,371
42	-0,350	-0,280	-0,218	0,214	0,278	0,361
44	-0,341	-0,273	-0,213	0,209	0,271	0,352
46	-0,333	-0,266	-0,208	0,204	0,264	0,344
48	-0,325	-0,260	-0,203	0,199	0,258	0,336
50	-0,318	-0,254	-0,198	0,195	0,253	0,328
52	-0,312	-0,249	-0,194	0,191	0,247	0,321
54	-0,305	-0,244	-0,190	0,187	0,243	0,315
56	-0,299	-0,239	-0,186	0,184	0,238	0,309
58	-0,294	-0,234	-0,183	0,181	0,233	0,303
60	-0,289	-0,230	-0,179	0,177	0,229	0,297
62	-0,284	-0,226	-0,176	0,174	0,225	0,292
64	-0,279	-0,222	-0,173	0,171	0,221	0,287
66	-0,274	-0,218	-0,170	0,169	0,218	0,282
68	-0,270	-0,215	-0,167	0,166	0,214	0,278
70	-0,266	-0,211	-0,165	0,164	0,211	0,274
72	-0,262	-0,208	-0,162	0,161	0,208	0,269
74	-0,259	-0,205	-0,160	0,159	0,205	0,266
76	-0,255	-0,202	-0,158	0,157	0,202	0,262
78	-0,252	-0,199	-0,155	0,155	0,199	0,258
80	-0,248	-0,197	-0,153	0,153	0,197	0,255
85	-0,241	-0,190	-0,148	0,148	0,190	0,246
90	-0,234	-0,184	-0,144	0,143	0,185	0,239
95	-0,227	-0,179	-0,139	0,139	0,179	0,232
100	-0,221	-0,174	-0,136	0,136	0,175	0,226
110	-0,211	-0,165	-0,129	0,129	0,166	0,215
120	-0,202	-0,158	-0,123	0,123	0,159	0,205

Bảng 4 – Phân vị  $\ell_q$  của đại lượng ngẫu nhiên  $\frac{\tilde{b}}{b}$ 

$n$	$q$					
	0,02	0,05	0,10	0,90	0,95	0,98
5	0,604	0,683	0,766	2,277	2,779	3,518
6	0,623	0,697	0,778	2,030	2,436	3,067
7	0,639	0,709	0,785	1,861	2,183	2,640
8	0,653	0,720	0,792	1,747	2,015	2,377
9	0,665	0,729	0,797	1,665	1,896	2,199
10	0,676	0,738	0,802	1,602	1,807	2,070
11	0,686	0,745	0,807	1,553	1,738	1,972
12	0,695	0,752	0,811	1,513	1,682	1,894
13	0,703	0,759	0,815	1,480	1,636	1,830
14	0,710	0,764	0,819	1,452	1,597	1,777
15	0,716	0,770	0,823	1,427	1,564	1,732
16	0,723	0,775	0,826	1,406	1,535	1,693
17	0,728	0,779	0,829	1,388	1,510	1,660
18	0,734	0,784	0,832	1,371	1,487	1,630
19	0,739	0,788	0,835	1,356	1,467	1,603
20	0,743	0,791	0,838	1,343	1,449	1,579
22	0,752	0,798	0,843	1,320	1,418	1,538
24	0,759	0,805	0,848	1,301	1,392	1,504
26	0,766	0,810	0,852	1,284	1,370	1,475
28	0,772	0,815	0,856	1,269	1,351	1,450
30	0,778	0,820	0,860	1,257	1,334	1,429
32	0,783	0,824	0,863	1,246	1,319	1,409
34	0,788	0,828	0,866	1,236	1,306	1,392
36	0,793	0,832	0,869	1,227	1,294	1,377
38	0,797	0,835	0,872	1,219	1,283	1,363
40	0,801	0,839	0,875	1,211	1,273	1,351
42	0,804	0,842	0,877	1,204	1,265	1,339
44	0,808	0,845	0,880	1,108	1,256	1,329
46	0,811	0,847	0,882	1,192	1,249	1,319
48	0,814	0,850	0,884	1,187	1,242	1,310
50	0,817	0,852	0,886	1,182	1,235	1,301
52	0,820	0,854	0,888	1,177	1,229	1,294
54	0,822	0,857	0,890	1,173	1,224	1,286
56	0,825	0,859	0,891	1,169	1,218	1,280
58	0,827	0,861	0,893	1,165	1,213	1,273
60	0,830	0,863	0,894	1,162	1,208	1,267
62	0,832	0,864	0,896	1,158	1,204	1,262
64	0,834	0,866	0,897	1,155	1,200	1,256
66	0,836	0,868	0,899	1,152	1,196	1,251
68	0,838	0,869	0,900	1,149	1,192	1,246
70	0,840	0,871	0,901	1,146	1,188	1,242
72	0,841	0,872	0,903	1,144	1,185	1,237
74	0,843	0,874	0,904	1,141	1,182	1,233
76	0,845	0,875	0,905	1,139	1,179	1,229
78	0,846	0,876	0,906	1,136	1,176	1,225
80	0,848	0,878	0,907	1,134	1,173	1,222
85	0,852	0,881	0,910	1,129	1,166	1,213
90	0,855	0,883	0,912	1,124	1,160	1,206
95	0,858	0,886	0,914	1,120	1,155	1,199
100	0,861	0,888	0,916	1,116	1,150	1,192
110	0,866	0,893	0,920	1,110	1,141	1,181
120	0,871	0,897	0,923	1,104	1,133	1,171

Bảng 5 – Phân vị  $u_q$  của phân bố chuẩn  $N(0, 1)$ 

$q$	$u_q$	$q$	$u_q$	$q$	$u_q$
0,001	- 3,090	0,050	- 1,645	0,980	2,054
0,005	- 2,576	0,100	- 1,282	0,990	2,326
0,010	- 2,326	0,900	1,282	0,995	2,576
0,020	- 2,054	0,950	1,645	0,999	3,090
0,025	- 1,960	0,975	1,960		

Bảng 6 – Phân vị  $\chi^2_q(\nu)$  của phân bố  $\chi^2(\nu)$ 

$\nu$	$q$						$\nu$
	0,01	0,05	0,1	0,99	0,95	0,9	
6	0,872	1,635	2,204	16,812	12,592	10,645	6
8	1,646	2,733	3,490	20,090	15,507	13,362	8
10	2,558	3,940	4,865	23,209	18,307	15,987	10
12	3,571	5,226	6,304	26,217	21,026	18,549	12
14	4,660	6,571	7,790	29,141	23,685	21,064	14
16	5,812	7,962	9,312	32,000	26,296	23,542	16
18	7,015	9,390	10,865	34,805	28,869	25,989	18
20	8,260	10,851	12,443	37,566	31,410	28,412	20
22	9,542	12,338	14,041	40,289	33,924	30,813	22
24	10,856	13,848	15,659	42,980	36,415	33,196	24
26	12,198	15,379	17,292	45,642	38,885	35,563	26
28	13,565	16,928	18,939	48,278	41,337	37,916	28
30	14,953	18,493	20,599	50,892	43,773	40,256	30
32	16,362	20,072	22,271	53,486	46,194	42,585	32
34	17,789	21,664	23,952	56,061	48,602	44,903	34
36	19,233	23,269	25,643	58,619	50,998	47,212	36
38	20,691	24,884	27,343	61,162	53,384	49,513	38
40	22,164	26,509	29,051	63,691	55,758	51,805	40
42	13,650	28,144	30,765	66,206	58,124	54,090	42
44	25,148	29,787	32,487	68,710	60,481	56,369	44
46	26,657	31,439	34,215	71,201	62,830	58,641	46
48	28,177	33,098	35,949	73,683	65,171	60,907	48
50	29,707	34,764	37,689	76,154	67,505	63,167	50
52	31,246	36,437	39,433	78,616	69,832	65,422	52
54	32,793	38,116	41,183	81,069	72,153	67,673	54
56	34,350	39,801	42,937	83,513	74,468	69,919	56
58	35,913	41,492	44,696	85,950	76,778	72,160	58
60	37,485	43,188	46,459	88,379	79,082	74,397	60
62	39,063	44,889	48,226	90,802	81,381	76,630	62
64	40,649	46,595	49,996	93,217	83,675	78,860	64



Bảng 6 (kết thúc)

$\nu$	$q$						$\nu$
	0,01	0,05	0,1	0,99	0,95	0,9	
66	42,240	48,305	51,770	95,626	85,965	81,085	66
68	43,838	50,020	53,548	98,028	88,250	83,308	68
70	45,442	51,739	55,329	100,43	90,531	85,527	70
72	47,051	53,462	57,113	102,82	92,808	87,743	72
74	48,666	55,189	58,900	105,20	95,081	89,956	74
76	50,286	56,920	60,690	107,58	97,351	92,166	76
78	51,910	58,645	62,483	109,96	99,617	94,374	78
80	53,540	60,391	64,278	112,33	101,88	96,578	80
82	55,174	62,132	66,076	114,70	104,14	98,780	82
84	56,813	63,876	67,876	117,06	106,40	100,98	84
86	58,456	65,623	69,679	119,41	108,65	103,18	86
88	60,103	67,373	71,484	121,77	110,90	105,37	88
90	61,754	69,126	73,291	124,12	113,15	107,57	90
92	63,409	70,882	75,100	126,46	115,39	109,76	92
94	65,068	72,640	76,912	128,80	117,63	111,94	94
96	66,730	74,401	78,725	131,14	119,87	114,13	96
98	68,396	76,164	80,541	133,48	122,11	116,32	98
100	70,065	77,929	82,358	135,81	124,34	118,50	100
110	78,458	86,792	91,471	147,41	135,48	129,39	110
120	86,923	95,705	100,62	158,95	146,57	140,23	120
130	95,451	104,66	109,81	170,42	157,61	151,05	130
140	104,03	113,66	119,03	181,84	168,61	161,83	140
150	112,67	122,69	128,28	193,21	179,58	172,58	150
200	156,43	168,28	174,84	249,45	233,99	226,02	200
300	245,97	260,88	269,07	359,91	341,40	331,79	300
400	337,16	354,64	364,21	468,72	447,63	436,65	400
500	429,39	449,15	459,93	576,49	553,13	540,93	500
600	522,36	544,18	556,06	683,52	658,09	644,80	600
800	709,90	735,36	749,19	895,98	866,91	851,67	800
1 000	898,91	927,59	943,13	1107,0	1074,7	1057,7	1 000

Đối với các giá trị  $100 < \nu < 1\ 000$  không có trong bảng thì có thể dùng nội suy tuyến tính để tìm  $\chi_q^2(\nu)$ .

Đối với giá trị  $\nu > 1\ 000$ , dùng công thức gần đúng như sau:

$$\chi_q^2(\nu) = \nu \left( 1 - \frac{2}{9\nu} + U_q \sqrt{\frac{2}{9\nu}} \right)^3 \quad (48)$$

Trong đó  $U_q$  là  $q$  – phân vị của phân bố chuẩn có trong Bảng 5.

## Phụ lục A

(tham khảo)

## Chỉ dẫn các ký hiệu

Tên	Ký hiệu	Điều hay mục
Đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Weibull	$X$	3.1
Đặc trưng của mẫu	$\bar{x}, s$	7.1
Độ bất đối xứng	$\rho_b$	3.3
Giá trị cực đại của $x_1, \dots, x_n$	$x_{\max}$	7.2
Giá trị cực tiểu của $x_1, \dots, x_n$	$x_{\min}$	7.1
Hàm Gamma	$r$	3.3
Hàm phân bố đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Weibull	$F$	3.1
Hàm mật độ của đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Weibull	$f$	3.2
Hằng số O'le	$\gamma$	6.1
Hệ số biến động	$v_b$	3.3
Hệ số không chệch đối với ước lượng đơn giản	$M(n)$	6.1
Hệ số không chệch đối với ước lượng hợp lý cực đại	$B(n)$	6.2
Khoảng tin cậy		
hai phía đối với tham số $a$	$(a_1; a_2)$	10; 11.1
một phía đối với tham số $a$	$(a_1; +\infty), (-\infty; a_2)$	10; 11.3
hai phía đối với tham số $b$	$(b_1; b_2)$	11.2
một phía đối với tham số $b$	$(b_1; +\infty), (-\infty; b_2)$	11.3
Kỳ vọng	$E(X)$	3.3
Mức tin cậy	$1 - \alpha$	10
Phân bố Rayleigh		3.1
Phân bố Weibull		3.1
Phương pháp xấp xỉ liên tiếp Newton Raphson		6.2

Tên	Ký hiệu	Điều hay mục
Phân vị	$l_q$	11.2
	$z_q$	11.1
Phân vị của phân bố $\chi^2$	$\chi_q^2(\nu)$	10
Phân vị của phân bố chuẩn chuẩn hóa	$U_q$	5.1
Phương sai	$D(X)$	3.3
Tham số của phân bố Weibull	$a, b, c$	3.1
Ước lượng của các tham số $a, b, c$	$\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$	5; 6.1; 7.1
Ước lượng của các tham số $a, b$ theo phương pháp đơn giản	$\bar{a}, \bar{b}$	6.1
Ước lượng của các tham số $a, b, c$ theo phương pháp hợp lý cực đại	$\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$	6.2; 7.2
Ước lượng không chệch của tham số $b$	$\hat{b}, \hat{\bar{b}}$	6.1; 6.2
CHÚ THÍCH: Dấu “^” để chỉ ước lượng không chệch, dấu “~” để chỉ ước lượng theo phương pháp hợp lý cực đại, dấu “-” để chỉ ước lượng trong các trường hợp khác.		

**Phụ lục B**

(tham khảo)

**Các ví dụ****B.1 Ví dụ 1 (cho Điều 5)**

Trong Bảng B.1 có mười giá trị quan sát độc lập của đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Weibull với tham số  $c = 0,5$ ;  $b = 2$ . Hãy ước lượng  $a$ .

**Bảng B.1**

1,305	1,685	0,743	1,285	1,001
0,826	1,345	1,422	0,763	1,069

Ước lượng  $\bar{a}$  của tham số  $a$  được tính theo công thức (10), Điều 6.

$$\bar{a} = \left( \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - 0,5)^2}{10} \right)^{\frac{1}{2}} = 0,708$$

**B.2 Ví dụ 2 (cho 6.1)**

Thí nghiệm về độ mỏi khi phải chịu ứng suất 250 MPa được tiến hành với 16 vật mẫu. Giả sử số vòng quay đến mức vật mẫu bị hỏng là đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Weibull với tham số  $c = 0$ . Cần ước lượng các tham số  $a$  và  $b$ . Các kết quả của thí nghiệm (số triệu vòng quay) ghi trong Bảng B.2.

**Bảng B.2**

0,163	0,207	0,215	0,227	0,230	0,254	0,256	0,262
0,264	0,269	0,478	0,302	0,341	0,372	0,374	0,425
0,523	0,552	0,633	0,706	0,793	0,800	0,807	0,864
1,02	1,03						

Theo các công thức (11), (12), (13), (14) của 6.1 có

$$\bar{y} = \frac{1}{26} \sum_{i=1}^{26} \ln x_i = -0,914$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{26} [\ln x_i + 0,914]^2}{25}} = 0,562$$

$$\bar{b} = \frac{1,282\ 55}{0,562} = 2,280$$

$$\bar{a} = \exp\left\{0,914 + \frac{0,577\ 226}{2,280}\right\} = 0,516$$

Vì  $n = 120$  nên để có ước lượng không chệch  $\hat{b}$  của  $b$  ta phải nhân  $\bar{b}$  với (26). Theo Bảng 1,  $M(26) = 0,943$ , từ đó  $\hat{b} = 0,943 \times 2,280 = 2,150$ .

### B.3 Ví dụ 3 (cho 6.2)

Theo các số liệu ở ví dụ 2, tìm các ước lượng hợp lý cực đại của  $a$  và  $b$ .

Ta lấy ngay  $\bar{b}_1 = \bar{b} = 2,280$  và chọn  $\varepsilon = 0,000\ 1$ . Tính

$$a_1 = \sum_{i=1}^{26} \ln(x_i) = -23,760$$

$$s_2^{(1)} = \sum_{i=1}^{26} x_i^{2,280} = 6,866$$

$$s_3^{(1)} = \sum_{i=1}^{26} x_i^{2,280} \ln(x_i) = -2,182$$

$$s_4^{(1)} = \sum_{i=1}^{26} x_i^{2,280} \ln^2(x_i) = 1,779$$

$$G_b^{(1)} = \left| \frac{26}{2,280} - \frac{26 \times (-2,182)}{6,866} - 23,760 \right| = 4,095$$

$$\tilde{b}_2 = 2,280 + \frac{\frac{1}{2,280} + \frac{-23,760}{26} - \frac{-2,182}{6,866}}{\frac{1}{2,280^2} + \frac{6,866 \times 1,779 - (-2,182)^2}{6,866^2}} = 1,831$$

Tương tự, tính

$s_2^{(2)} = 8,060$	$s_3^{(2)} = -3,217$	$s_4^{(2)} = 2,934$	$\tilde{b}_3 = 1,893$	$G_b^{(2)} = 0,818$
$s_2^{(3)} = 7,864$	$s_3^{(3)} = -3,039$	$s_4^{(3)} = 2,731$	$\tilde{b}_4 = 1,895$	$G_b^{(3)} = 0,021\ 6$
$s_2^{(4)} = 7,859$	$s_3^{(4)} = -3,035$	$s_4^{(4)} = 2,726$	$\tilde{b}_5 = 1,895$	$G_b^{(4)} = 0,000\ 015$

## TCVN 4554 : 2009

Vì điều kiện  $G_b^{(4)} = 0,000\ 015 < 0,000\ 1$  thỏa mãn nên ta lấy  $\tilde{b} = 1,895$ , ước lượng  $\tilde{a}$  tính theo công thức

$$\tilde{a} = \left( \frac{\sum_{i=1}^{26} x_i^{1,895}}{26} \right)^{\frac{1}{1,895}} = 0,532$$

Để có ước lượng không chệch  $\hat{\tilde{b}}$  cần nhân  $\tilde{b}$  với hệ số không chệch B theo Bảng 1

$$\hat{\tilde{b}} = 0,947 \times 1,895 = 1,795$$

### B.4 Ví dụ 4 (cho 7.1)

Trong Bảng B.3 cho dãy 20 số liệu quan sát độc lập một đại lượng ngẫu nhiên có phân bố Weibull với tham số  $b = \ln 5$ . Hãy ước lượng các tham số  $a$  và  $c$  theo phương pháp mô men.

**Bảng B.3**

0,070 1	0,074 0	0,080 9	0,091 0	0,103 0	0,109 0	0,117 0	0,118 0
0,135 0	0,142 0	0,143 0	0,154 0	0,154 0	0,157 0	0,158 0	0,180 0
0,202 0	0,215 0	0,222 0	0,235 0				

Tính

$$\bar{x} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i = 0,143$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{19} \sum_{i=1}^{20} (x_i - 0,143)^2} = 0,049\ 3$$

Theo Bảng 2,  $g_b = 0,612\ 9$ ,  $K_b = 0,902\ 7$ , bởi vậy

$$\bar{a} = \frac{0,049\ 3}{0,612\ 9} = 0,080\ 4$$

$$c^* = 0,143 - 0,080\ 4 \times 0,902\ 7 = 0,070\ 4$$

Vì  $c^* > x_{\min} = 0,070\ 1$  nên lấy  $\bar{c} = 0,070\ 1$ .

### B.5 Ví dụ 5 (cho 7.2)

Theo điều kiện của ví dụ 4, ước lượng  $a$  và  $c$  theo phương pháp hợp lý cực đại.

Chọn ngay xấp xỉ thứ nhất của  $c$  là  $\tilde{c}_1 = 0,07$  và chọn  $\varepsilon = 0,000\ 1$ .

Bảng B.4

$K$	$c_k$	$s_1^{(k)}$	$s_2^{(k)}$	$s_3^{(k)}$	$s_4^{(k)}$	$s_5^{(k)}$	$G_c^{(k)}$
1	0,070 00	$106 \cdot 10^2$	$100 \cdot 10^6$	190	4,970	0,461	4 983
2	0,069 90	5 616	$252 \cdot 10^6$	161	4,983	0,462	2 484
3	0,069 70	3 111	$641 \cdot 10^4$	140	4,997	0,463	1 232
4	0,069 32	1 848	$170 \cdot 10^4$	124	5,023	0,466	600,5
5	0,068 81	1 202	$498 \cdot 10^3$	113	5,064	0,471	278,5
6	0,067 48	867,4	$181 \cdot 10^3$	104	5,125	0,480	113,3
7	0,066 20	703	$919 \cdot 10^2$	98,4	5,190	0,490	33,8
8	0,066 43	642	$685 \cdot 10^2$	96,0	5,227	0,496	4,91
9	0,065 28	632	$650 \cdot 10^2$	95,5	5,235	0,497	0,135
10	0,065 27	632	$649 \cdot 10^2$	95,5	5,235	0,497	0,000 06

Vì  $G_c^{(10)} = 0,000 06 < 0,000 1$  nên quá trình xấp xỉ liên tiếp đã hoàn thành.

Như vậy,  $\tilde{c} = c_{10} = 0,065 27$  và

$$\tilde{a} = \left[ \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} (x_i - 0,065 3)^{1,5} \right]^{1/1,5} = 0,085 2$$

### B.6 Ví dụ 6 (cho Điều 8)

Nghiên cứu tuổi thọ của 100 sản phẩm, các kết quả được trình bày trong Bảng B.5.

Giả sử tuổi thọ của sản phẩm tuân theo phân bố Weibull, hãy ước lượng các tham số  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Bảng B.5

319	345	339	306	302	301	365	318	366	314
342	343	315	329	393	318	339	360	377	393
354	373	307	350	320	318	422	311	367	364
334	330	352	317	416	309	376	374	313	302
316	365	317	352	322	310	345	403	368	335
313	339	341	334	318	319	406	354	320	365
383	435	311	198	392	360	307	337	315	334
465	312	417	304	330	331	309	431	368	329
354	312	341	394	366	320	345	417	309	344
343	348	339	315	353	349	421	311	368	395

Tính

$$\bar{x} = \frac{1}{100} \sum x_i = 347,53$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{99} \sum (x_i - 347,53)^2} = 35,899$$

$$\rho_v = \frac{\frac{100}{99,98} \sum (x_i - 347,53)^3}{35,899^2} = 0,945 2$$

Bằng phép nội suy tuyến tính theo Bảng 2 với  $G_b = 0,945 2$  tìm được  $\bar{b} = 1,618$ ;  $K_b = 0,895 7$  và  $g_b = 0,567 2$ .

Tương tự như ví dụ 4, tính được

$$\bar{a} = \frac{35,899}{0,567 2} = 63,29$$

$$c^* = 347,53 - 0,895 7 \times 63,29 = 290,84$$

Vì  $x_{\min} = 301$  nên lấy  $\bar{c} = 290,84$ .

### B.7 Ví dụ 7 (cho Điều 9)

Với các điều kiện của ví dụ 4, hãy ước lượng kỳ vọng, phương sai, hệ số biến động. Đối với tham số chưa biết hãy ước lượng bằng phương pháp hợp lý cực đại.

Sẽ biết  $b = 1,5$ . Theo ví dụ 5, biết  $\bar{c} = 0,065 37$  và  $\bar{a} = 0,085 2$ . Theo Bảng 2, được  $K_b = 0,902 7$  và  $G_b = 0,612 9$ . Để ước lượng kỳ vọng, dùng công thức (3) trong đó lấy  $\bar{a}$  và  $\bar{c}$  thay cho  $a$  và  $c$ . Ta có ước lượng

$$E(X) = 0,085 2 \times 0,902 7 + 0,065 3 = 0,142$$

Để ước lượng phương sai  $D(X)$  dùng công thức (4) trong đó lấy  $\bar{a}$  thay cho  $a$ .

$$D(X) = 0,085 2^2 \times 0,612 9^2 = 0,002 73$$

Để ước lượng hệ số biến động dùng công thức (5) trong đó lấy  $\bar{a}$  và  $\bar{c}$  thay cho  $a$  và  $c$ .

$$\tilde{v} = \frac{0,085 2 \times 0,612 9}{0,142} = 0,368$$

### B.8 Ví dụ 8 (cho Điều 10)

Với các số liệu ở ví dụ 1, hãy xác định khoảng tin cậy hai phía của tham số  $a$  với mức tin cậy  $1 - \alpha = 0,9$ .

Trong ví dụ 1 đã biết

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - 0,5)^2 = 5,011$$



Theo Bảng 6

$$\chi_{0,95}^2(20) = 31,410 ; \quad \chi_{0,05}^2(20) = 10,851$$

Vậy

$$a_1 = \left( \frac{2 \times 5,011}{31,410} \right)^{1/2} = 0,565$$

$$a_2 = \left( \frac{2 \times 5,011}{10,851} \right)^{1/2} = 0,961$$

Vậy khoảng tin cậy với mức tin cậy  $1 - \alpha = 0,9$  của tham số  $a$  là  $(0,565; 0,961)$ .

### B.9 Ví dụ 8 (cho Điều 11)

Với các số liệu ở ví dụ 2, hãy tìm khoảng tin cậy hai phía của tham số  $b$  với mức tin cậy  $1 - \alpha = 0,9$  và khoảng tin cậy một phía  $(a_1; +\infty)$  của tham số  $a$  với mức tin cậy  $1 - \alpha = 0,9$ .

Theo ví dụ 3,  $\tilde{a} = 0,532$ ;  $\tilde{b} = 1,895$ .

Với  $\alpha = 0,1$  và  $n = 26$ , theo Bảng 4  $\ell_{0,05} = 0,810$ ,  $\ell_{0,95} = 1,370$  và theo Bảng 3  $z_{0,9} = 0,276$ .

Từ đó

$$b_1 = \frac{1,895}{1,370} = 1,383$$

$$b_2 = \frac{1,895}{0,810} = 2,340$$

$$a_1 = 0,532 \times \exp \left\{ -\frac{0,276}{1,895} \right\} = 0,460$$

Vậy khoảng tin cậy của tham số  $b$  cần tìm là  $(1,383; 2,340)$  và của tham số  $a$  là  $(0,460; +\infty)$ .